

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

FÜNFTER BAND.

NEBST ZWÖLF FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1875.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

Я. П. З. П. Ч.

С. П. П. П. П.

В. П. П. П. П.



П. П. П. П. П.

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.



HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTFÜNFUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT EINUND DREISSIGSTER.

NEBST ZWÖLF FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1875.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIVS BARTH.

THE

P. H. I. & I. R.

THE

THE

THE

THE



THE

THE

Inhalt

des Bandes CLV der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

	Seite
I. Ueber die Phasenveränderung des Lichts bei der Reflexion an Glas; von P. Glan	1
II. Ueber merkwürdige Verwachsungen von Quarzkrystallen auf Kalkspath von Schneeberg in Sachsen; von A. Frenzel und G. vom Rath	17
III. Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath (Vierzehnte Folge)	24
81. Pseudomorphe Monticellite von Pesmeda am Monzoni S. 24. — 82. Zwillinge des rhombischen Schwefels S. 41. — 83. Kalkspath aus dem Ahrenthal S. 48. — 84. Quarzzwilling aus Japan S. 57.	
IV. Ueber ein Verfahren zur Nachweisung der Extraströme auf elektroskopischem Wege; von F. Fuchs	69
V. Ueber den elektrischen Leitungswiderstand der Luft; von A. Oberbeck	80

	Seite
VI. Ueber die Absorption und Brechung des Lichts in metallisch undurchsichtigen Körpern; von Wernicke	87
VII. Ueber die Temperatur-Veränderungen, welche beim Uebergange des elektrischen Stroms von einem Metall zum andern hervortreten; von H. Buff	96
VIII. Ueber die isodynamischen Flächen um einen lothrechten Magnetstab und Anwendung derselben bei einer auf magnetische Messungen begründeten Untersuchung von Eisenerzlageru; von R. Thalén	117
IX. Ueber die Gestalt der isodynamischen Flächen um einen lothrechten Magnetstab; von Th. Daug	132
X. Spectroskopische Notizen; von J. Norman Lockyer . .	136
1. Ueber den Beweis von Veränderungen in der Molecular-structur der Dämpfe S. 136.	
2. Ueber die Molecularstructur der Dämpfe in Bezug auf ihre Dichtigkeit S. 140.	
XI. Ueber die Wärmevertheilung im Normalspectrum; von G. Lundquist	146
XII. Ueber die Anziehungs- und Abreisungszeit der Elektromagnete; von H. Schneebeli	156
XIII. Mathematische Bestimmung der Ableitungsstellen in telegraphischen Leitungen; von F. Schaak	164
XIV. Versuche über die Plasticität des Eises; von F. Pfaff . .	169
XV. Ueber das Verhalten gewisser fluorescirender Körper zum Ricinusöl; von Ch. Horner.	174
XVI. Ueber eine neue Quelle des Magnetismus; von Donato Tommasi	176

(Geschlossen am 5. Juni 1875.)

VII

Zweites Stück.

	Seite
I. Ueber den zeitlichen Verlauf des Polarisationsstromes; von J. Bernstein	177
II. Ueber die gegen das Weber'sche Gesetz erhobenen Einwände; von C. Neumann	211
III. Spectral-analytische Untersuchungen; von R. Bunsen	230
IV. Ueber die Nachweisungen von Alternationen der Elektricität mittelst der Flamme; von F. Fuchs	252
V. Ueber die Phasenveränderung des Lichts bei der Reflexion an Glas; von P. Glan (Schluß)	258
VI. Beiträge zur Theorie der Legung und Untersuchung submariner Telegraphenleitungen; von W. Siemens	272
VII. Untersuchungen über den Magnetismus von Stahlstäben; von C. Fromme	305
VIII. Ueber die permanent magnetischen Momente der Magnetstäbe und die Häcker'sche Formel: $T = \rho \sqrt[3]{Q} \times \sqrt[6]{l}$; von L. Kulp	314
IX. Einfluß der Textur des Eisens auf dessen Magnetismus; von Demselben	320
X. Ueber den Durchgang der Gase durch Flüssigkeitslamellen; von F. Exner	321

(Geschlossen am 1. Juli 1875.)

Drittes Stück.

I. Ueber Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase; von A. Kundt und E. Warburg	337
II. Spectral-analytische Untersuchungen; von R. Bunsen (Schluß)	366
III. Ueber die Diathermansie von feuchter Luft; von J. L. Hoorweg	385
IV. Experimentelle Bestimmung der Dielektricitätsconstante einiger Gase; von L. Boltzmann	403

V.	Ueber die Krystallisationsproducte des gewöhnlichen Glases; von O. Schott	422
VI.	Ueber den Durchgang der Gase durch Flüssigkeitslamellen; von F. Exner (Schluß)	443
VII.	Ueber eine einfache Methode zur Vergleichung zweier tönenden Luftsäulen durch schwingende Flammen; von Bresina	465
VIII.	Ein Versuch über die elektrodynamische Wirkung des Polarisationsstroms; von N. Schiller und R. Colley . . .	467
IX.	Ein sonderbarer Fall von Magnetisirung; von J. Jamin . .	469
X.	Ueber die magnetischen Eigenschaften des elektrolytisch dargestellten Eisens; von W. Beetz	472
XI.	Spectro-elektrische Röhre oder Fulgurator, ein zur Beobachtung der Spectren metallischer Lösungen dienender Apparat; von B. Delachanal und A. Mermet	474
XII.	Eine Entgegnung; von K. Heumann	477
XIII.	Plötzliches Springen von Gläsern; von E. Hagenbach . .	479

(Geschlossen am 15. Juli 1875.)

Viertes Stück.

I.	Untersuchung über die Tönhöhen der Transversalschwingungen poröser Gypsstäbe, wenn dieselben mit verschiedenen Flüssigkeiten getränkt sind; von C. Müller	481
II.	Ueber Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase; von A. Kundt und E. Warburg (Fortsetzung)	525
III.	Fluorescenzverhältnisse gewisser Kohlenwasserstoffverbindungen in den Steinkohlen- und Petroleumdestillaten; von Henry Morton	551
IV.	Bemerkungen zu Hrn. Neesen's Beobachtungen über die elastische Nachwirkung; von F. Kohlrausch	579

	Seite
V. Erwiderung auf die „Bemerkungen“ des Prof. O. E. Meyer zu meiner Abhandlung: Ueber die Dämpfung der Torsions- schwingungen von Drähten; von H. Streintz	588
VI. Ueber eine Methode, die Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten für die Elektrizität zu bestimmen; von A. Oberbeck . . .	595
VII. Experimente über die Sichtbarkeit ultra-violetter Strahlen; von L. Sauer	602
VIII. Ueber die Anziehungs- und die Abstofsungszeit der Elektro- magnete; von H. Schneebeli	615
IX. Zur Construction von Blitzableitern für Telegraphen-Leitun- gen; von F. Schaack	624
X. Ueber die Anwendung der Stimmgabel in der elektrischen Telegraphie; von P. La Cour	628
XI. Elektrolytische Abscheidung des Cers, Lanthans und Didyms; von Hillebrand und Norton	633
XII. Ueber die Umwandlung elektrischer Ströme niederer Span- nung in disruptive Entladungen höherer Spannung; von W. Holtz	639
XIII. Nachträgliche Notiz über eine neue elektrische Röhre; von Demselben	643

(Geschlossen am 23. August 1875.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

- Taf. I. — G. v. Rath, Fig. 1, 2 u. 3, S. 67 und 68.
 Taf. II. — Daug, Fig. 1 bis 8, S. 134 u. 135.
 Taf. III. — Daug, Fig. 1, S. 135. — Lundquist, Fig. 2, S. 155.
 Taf. IV. — Bernstein, Fig. 1, S. 183 u. 185; Fig. 2, 3 u. 4, S. 186;
 Fig. 5, S. 192; Fig. 6, S. 200; Fig. 7, S. 208.
 Taf. V. — }
 Taf. VI. — } Bunsen, S. 370, 372 und 375.
 Taf. VII. — }
 Taf. VIII. — Bunsen, Fig. 1, S. 240; Fig. 2, S. 236 u. 248; Fig. 3
 und 4, S. 249; Fig. 5, S. 373. — Schnee-
 bel, Fig. 6, S. 159. —
 Delachanall u. Mermet, Fig. 7, S. 477.
 Taf. IX. — A. Kundt und E. Warburg, Fig. 1, S. 360; Fig. 2, S. 363
 Taf. X. — Hoorweg, Fig. 1, S. 388 und 391; Fig. 2, S. 390 und 395
 Fig. 3, S. 395; Fig. 4, S. 396. — Boltzmann, Fig. 5 u. 6, S. 411;
 Fig. 7, S. 411 bis 413.
 Taf. XI. — O. Schott, Fig. 1, S. 423; Fig. 2, S. 424; Fig. 3, 4 und 5
 S. 423; Fig. 6 bis 11, S. 443; Fig. 12, S. 430; Fig. 13, S. 431;
 Fig. 14, 14a und 14b, S. 430 bis 433.
 Taf. XII. — C. Müller, Fig. 1, S. 490; Fig. 2 u. 3, S. 496. — Schnee-
 bel, Fig. 4, 5 u. 6, S. 619.

I. *Ueber die Phasenveränderung des Lichtes bei der Reflexion an Glas¹⁾; von P. Glan.*

Unsere Kenntniss über die Phasenveränderung, welche ein Lichtstrahl bei der Reflexion an Glas erleidet, beruht fast ausschliesslich auf den Beobachtungen an Newton'schen Farbenringen und zwar auf Grund einer Theorie, die nur als eine erste Annäherung gelten darf. Ich habe deshalb in Folgendem eine strenge Durchführung derselben für die bis jetzt der Beobachtung unterworfenen Fälle versucht, um zunächst die älteren Beobachtungen noch einmal genauer durchzugehen.

Die Erfahrung lehrt, dass die Ringe dann am schärfsten sind, wenn man mit ihnen zugleich die kleinen Risse der oberen, die Luftschicht begränzenden Glasfläche sieht und dass sie in dem Maasse undeutlicher werden, als man das Auge oder das Mikroskop von dieser Einstellung entfernt. In dieser Einstellung, in der wohl alle früheren Beobachtungen angestellt sind, werden Strahlen, die von einem Punkte der Glasfläche ausgehen und einen hinreichend kleinen Winkel mit einander bilden, wieder auf der Netzhaut vereinigt und zwar mit derselben Phasendifferenz, die sie nach der Brechung im oberen Glase in ihrem gemeinsamen scheinbaren Durchschnittspunkte haben. Die Ringe werden daher erzeugt durch die Interferenz zweier Strahlen, die durch solche Punkte gehen und von denen

1) Die Untersuchungen wurden in dem unter Leitung des Hrn. Geheimrath Helmholtz stehenden physikalischen Institut der Universität Berlin angestellt.

der eine an der oberen, der andere an der unteren Gränze der Luftschicht reflectirt worden ist. Bestimmen wir ihren Phasenunterschied und berechnen die daraus resultirende Intensität für verschiedene Stellen, so ergeben die Minima der Helligkeit den Ort der dunklen Ringe.

1.

Newton erwähnt in seiner Optik bei der Darstellung seiner Beobachtungen dreier verschiedener Combinationen von Gläsern zur Erzeugung der Ringe; zu Anfang bei der Beschreibung rein qualitativer Versuche zweier Prismen mit gewölbten Flächen¹⁾, dann bei der Anstellung genauerer messender Versuche einer planconvexen Linse, die mit ihrer ebenen Fläche auf einer Biconvexen mit größerem Radius auflag²⁾ und endlich zweier biconvexen Linsen, die auf ebene Glasflächen aufgelegt wurden³⁾. Diese letztere Combination benutzt er nur einmal zu einer controllirenden Messung, die er schon vorher mit der zweiten angestellt hätte, nämlich zur nochmaligen Bestimmung der Dicke der Luftschicht an der Stelle, wo der erste dunkle Ring unter nahezu senkrechter Incidenz auftritt. Zu den übrigen Messungen scheint er ausschliesslich die zweite Combination benutzt zu haben und diese wollen wir daher der folgenden Betrachtung zu Grunde legen.

Ich beschränke mich hierbei auf die Durchführung der Rechnung für die Durchmesser senkrecht zur Einfallsebene unter Berücksichtigung von nur einer Reflexion im Innern der Luftschicht. Ich denke mir die Linsen so aufeinander gelegt, daß der Berührungspunkt der ebenen Fläche der planconvexen Linse mit der unteren Kugelfläche der Mittelpunkt des Kreises ist, der die Begränzung jener ebenen Fläche bildet. Dann geht die Normale in diesem Punkte durch die Mittelpunkte der beiden Kugelflächen.

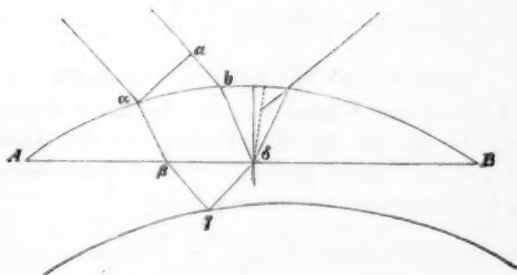
1) *Opt. lib. II, pars I, obs. II.*

2) *ib. obs. IV.*

3) *ib. obs. VI.*

Wir wollen nun zunächst den Phasenunterschied bestimmen, den zwei Strahlen haben, von denen der eine in einem Punkte der oberen Glasfläche reflectirt worden ist, der andere nach zweimaligem Durchlaufen der dünnen Luftschicht und einer Reflexion von der unteren Kugel- fläche durch denselben Punkt geht. Dieser Punkt liege ferner in einer Linie, die wir uns durch den Berührungs- punkt senkrecht zur Einfallsebene gezogen denken und das einfallende Licht komme aus unendlicher Entfernung. Die beiden Strahlen (Fig. 1) α , β , γ , δ und $ab\delta$ haben

Fig. 1.



dann in α und a , wo sie von der auf beiden senkrechten Linie aa geschnitten werden, keinen Phasenunterschied und ihre Phasendifferenz im Punkte δ ergibt sich daher aus der Differenz der optischen Längen der Linien $\alpha\beta\gamma\delta$ und $ab\delta$, deren Gröfse wir jetzt bestimmen wollen. Es seyen α , β , γ etc. die Winkel, die die Strahlen mit den Einfallsloten in den Punkten α , β , γ etc. in der Luft machen, α' , β' , γ' etc. die zugehörigen Brechungswinkel im Glase, α'' , β'' , γ'' etc. die Winkel, die sie mit den von den entsprechenden Punkten auf die Ebene AB gefällten Lothen bilden und φ_α , φ_β etc. die zwischen den zugehörigen Kugelradien und diesen Lothen liegenden Winkel. Wir wollen ferner die Ebene, welche die Richtung des einfallenden Strahlenbündels und diese Lothe enthält,

in Folgendem kurz die Einfallsebene nennen. Es bezeichne ferner ϱ_α , ϱ_β etc. die Länge der von den Punkten α , β etc. auf die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte gefälltten Lothe und t_α , t_β etc. die Complementary Winkel zwischen diesen Lothen und der Einfallsebene.

Es ist dann in der körperlichen Ecke, die durch den einfallenden Strahl, den Kugelradius und das von α auf die Ebene AB gefällte Loth gebildet wird

$$\cos \alpha = \cos i \cos \varphi_\alpha + \sin i \sin \varphi_\alpha \sin t_\alpha,$$

wenn wir mit i den Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Loth bezeichnen. Es ergibt sich ferner:

$$\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha}{n}$$

und

$$\cos \alpha'' = \cos \alpha' \cos \varphi_\alpha + \sin \alpha' \sin \varphi_\alpha \cos \lambda.$$

Der Cosinus des Winkels λ , den die durch den gebrochenen Strahl und den Kugelradius und die durch das Loth und den Radius gehenden Ebenen mit einander bilden, findet man aus der oberen Ecke:

$$\cos \lambda = \frac{\cos i - \cos \alpha \cdot \cos \varphi_\alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \varphi}.$$

Es ist ferner:

$$\sin \beta = n \sin \alpha''$$

und

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos \left(\frac{\pi}{2} - t_\gamma - \mu \right) \\ &= \cos \beta \cos \varphi_\gamma + \sin \beta \sin \varphi_\gamma \sin (t_\gamma + \mu). \end{aligned}$$

Hierin bedeutet μ den Winkel, den die durch das Loth und den in γ einfallenden Strahl $\beta\gamma$ gelegte Ebene mit der Einfallsebene macht.

Die Größe dieses Winkels ergibt sich, wenn man den gebrochenen Strahl $\alpha\beta$ über α hinaus verlängert, aus der körperlichen Ecke, die durch das Loth in α , den einfallenden Strahl und den rückwärts verlängerten gebrochenen Strahl gebildet wird. Es ist:

$$\cos \mu = \frac{\cos (\alpha - \alpha') - \cos i \cos \alpha''}{\sin i \sin \alpha''}.$$

Der Cosinus des Winkels zwischen dem in γ reflectirten Strahle $\gamma\delta$ und dem Loth von γ auf die Ebene AB ist

$$\cos \gamma'' = \cos \gamma \cos \varphi_\gamma - \sin \gamma' \sin \varphi_\gamma \cos \lambda',$$

wo

$$\cos \lambda' = \frac{\cos \beta - \cos \varphi_\gamma \cos \gamma}{\sin \varphi_\gamma \sin \gamma}$$

und endlich

$$\sin \delta' = \frac{\sin \gamma''}{n}.$$

Ebenso erhalten wir für den Strahl $ab\delta$:

$$\cos b = \cos i \cos \varphi_i + \sin i \cos \varphi_i \sin t,$$

$$\sin b' = \frac{\sin b}{n}$$

$$\cos b'' = \cos b' \cos \varphi_b + \sin b' \sin \varphi_b \cos l$$

$$\cos l = \frac{\cos i - \cos b \cos \varphi_i}{\sin b \sin \varphi_b}$$

und

$$\sin d' = \sin b''$$

wenn wir mit d' den Winkel zwischen dem Strahl $b\delta$ und Loth in δ bezeichnen.

Um nun diese Winkel durch i und ϱ , dem von δ auf die Verbindungslinie der beiden Kugelmittelpunkte gefällten Lothe auszudrücken, dienen folgende Beziehungen.

In dem Dreieck, das durch ϱ_a , ϱ und $\overline{a\delta}$, die Projection von $a\delta$ auf die Ebene AB gebildet wird, können wir $\overline{a\delta}$ und den Winkel bei δ bestimmen. Projicirt man die Linie $a\gamma\delta$ auf die Ebene AB , so bildet $\overline{a\gamma}$ mit einer durch a gezogenen Parallele zur Einfallsebene den vorher bestimmten Winkel μ , ferner $\overline{\gamma\delta}$ die Projection von $\gamma\delta$ auf dieselbe Ebene mit $\overline{a\gamma}$ einen Winkel μ' , der sich aus der durch die beiden reflectirten Strahlen und das Loth in γ gebildeten körperlichen Ecke ergibt. Es ist:

$$\cos \mu' = \frac{\cos \beta \cos \gamma'' - \cos 2\gamma}{\sin \beta \sin \gamma''} = +1.$$

Folglich ist bis auf zu vernachlässigende Größen

$$\overline{a\delta} = \overline{a\gamma} + \overline{\gamma\delta} = \left(d_1 - \frac{\varrho^2 a}{2r}\right) \operatorname{tg} \alpha'' + \frac{\varrho^2 r}{R} \operatorname{tg} \beta.$$

Die Rechnung ist hierbei bis auf die Glieder mit den nahezu gleichen Factoren R^{-1} und r^{-2} durchgeführt, wenn man mit R den Radius der biconvexen und mit r den der planconvexen Linse bezeichnet. Bei den Newton'schen Messungen ist R 51 Fußs und r 7 Fußs und die gemachte Annäherung daher ausreichend. Ferner ist der Winkel zwischen $\bar{\alpha}\bar{\delta}$ und ϱ größer als $(\frac{\pi}{2} + \mu - \mu')$ und daher

$$\frac{\varrho_{\alpha}}{r} \sin t_{\alpha} = \left(d_1 - \frac{\varrho^2_{\alpha}}{2r}\right) \frac{\operatorname{tg} \alpha''}{r} \cos(\mu - \mu').$$

Hierin ist d_1 die Dicke der oberen planconvexen Linse in ihrem Scheitel. Nun ist

$$\sin \mu = (\cot r - \cot i) \frac{\varrho_{\alpha}}{r}$$

und daher

$$\frac{\varrho_{\alpha}}{r} \sin t_{\alpha} = \left(d_1 - \frac{\varrho^2_{\alpha}}{2r}\right) \frac{\operatorname{tg} \alpha''}{r}$$

und da

$$\operatorname{tg} \alpha'' = \operatorname{tg} r + \frac{(1 - \cot i \operatorname{tg} r)}{\cos^2 r} \sin t_{\alpha} \frac{\varrho_{\alpha}}{r},$$

so ist:

$$\frac{\varrho_{\alpha}}{r} \sin t_{\alpha} = \frac{d_1}{r} \operatorname{tg} r - \operatorname{tg} r \frac{\varrho^2_{\alpha}}{2r^2} + \frac{(1 - \cot i \operatorname{tg} r)}{\cos^2 r} \operatorname{tg} r \frac{d_1^2}{r^2}.$$

Ebenso ist:

$$\frac{\varrho_{\beta}}{r} \sin t_{\beta} = \frac{d_1}{r} \operatorname{tg} r - \operatorname{tg} r \frac{\varrho^2_{\beta}}{2r^2} + \frac{(1 - \cot i \operatorname{tg} r)}{\cos^2 r} \operatorname{tg} r \frac{d_1^2}{r^2}$$

und daher

$$\frac{\varrho_{\alpha}}{r} \sin t_{\alpha} = \frac{\varrho_{\beta}}{r} \sin t_{\beta}.$$

Es ist ferner

$$\begin{aligned} \frac{\varrho^2_{\alpha}}{2r} &= \frac{\varrho^2}{2r} + \left(d_1 - \frac{\varrho^2_{\alpha}}{2r}\right)^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha''}{2r} + \frac{\varrho d_1 \operatorname{tg} \alpha''}{r} \sin(\mu - \mu') \\ &= \frac{\varrho^2}{2r} + \frac{d_1^2 \operatorname{tg}^2 r}{2r} + (1 - \cot i \operatorname{tg} r) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 r d_1^2}{\cos^2 r}\right) \frac{d_1 \varrho^2}{r^2} - \frac{d_1 \varrho^3}{2r^2} \operatorname{tg}^2 r. \end{aligned}$$

Ebenso

$$\begin{aligned} \frac{\varrho^2_{\beta}}{2r} &= \frac{\varrho^2}{2r} + \left(d_1 - \frac{\varrho^2_{\beta}}{2r}\right)^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \beta''}{2r} + \frac{d_1 \varrho}{r} \sin m \\ &= \frac{\varrho^2}{2r} + \frac{d_1^2 \operatorname{tg}^2 r}{2r} + (1 - \cot i \operatorname{tg} r) \left(1 + \frac{d_1^2 \operatorname{tg}^2 r}{\cos^2 r}\right) \frac{d_1 \varrho^2}{r^2} - \frac{d_1 \varrho^3}{2r^2} \operatorname{tg}^2 r \end{aligned}$$

und folglich

$$\frac{\varrho^2 \alpha}{2r} = \frac{\varrho^2 \beta}{2r}.$$

Ebenso erhalten wir

$$\frac{\varrho \gamma}{R} = \frac{\varrho}{R} = \frac{\varrho \gamma}{R} \cos t_\gamma$$

und

$$\frac{\varrho \gamma}{R} \sin t_\gamma = \frac{\varrho^2 \operatorname{tg} i}{2R^2}.$$

Die Winkel zwischen den Kugelradien und den von den Punkten α , β , etc. auf die Ebene AB gefällten Lothen lassen sich endlich aus folgenden Gleichungen durch ϱ_α , ϱ_β , etc. und damit durch ϱ ausdrücken. Es ist:

$$\sin \varphi_\alpha = \frac{\varrho_\alpha}{r} \quad \sin \varphi_\beta = \frac{\varrho_\beta}{r}$$

$$\sin \varphi_\gamma = \frac{\varrho_\gamma}{R}.$$

Drücken wir nun durch diese Gleichungen alle Winkel als Functionen von ϱ , d_1 und i aus und vergleichen die erhaltenen Resultate, so ergibt sich

$$\cos \alpha = \cos b$$

$$\cos \alpha' = \cos b'$$

$$\cos \alpha'' = \cos b''$$

$$\cos \delta' = \cos d'$$

und die beiden Strahlen machen daher innerhalb der Gränzen der Genauigkeit unserer Rechnung gleiche Winkel mit dem Loth in δ . Ihr Phasenunterschied A in diesem Punkte ergibt sich nun aus der Differenz der optischen Längen der beiden Strecken $\alpha\beta\gamma\delta$ und $ab\delta$.

Es ist.

$$\begin{aligned} A &= \left(d_1 - \frac{\varrho^2 \alpha}{2r} \right) \frac{n}{\cos \alpha''} + \frac{\varrho^2 \gamma}{R \cos \gamma''} - \left(d_1 - \frac{\varrho^2 \beta}{2r} \right) \frac{n}{\cos b''} - ab \\ &= \frac{\varrho^2}{R \cos i} - ab. \end{aligned}$$

Hierin ist noch die Länge der Linie ab zu bestimmen. Denken wir uns durch α eine zu AB parallele Ebene ge-



legt. Die Verlängerung des Strahles αb schneide sie in b_1 , der gebrochene Strahl $b\delta$ in b_2 und die Projection des Punktes b auf diese

Ebene sey b_3 . Dann ist:

$$\alpha b_2 = \frac{\varrho^2}{R} \operatorname{tg} i$$

$$b_1 \bar{b}_2^2 = \frac{(\varrho^2 \alpha - \varrho^2 i)^2}{4r^2} (\operatorname{tg}^2 i + \operatorname{tg}^2 b'' - 2 \operatorname{tg} i \operatorname{tg} b'' \cos m)$$

und

$$\begin{aligned} \alpha \bar{b}_1^2 &= \alpha \bar{b}_2^2 + b_1 \bar{b}_2^2 - 2 \alpha b_2 \cdot b_1 b_2 \cos \alpha b_2 b_1 \\ &= \frac{\varrho^2 \operatorname{tg} i}{R}. \end{aligned}$$

Ferner ist

$$\angle b_3 b_1 \alpha < m,$$

denn wenn ich durch α eine Parallele zur Einfallsebene ziehe und $b_1 b_4$ parallel $b_2 b_3$ mache, so ist

$$\frac{\sin b_2 b_1 \alpha}{\sin b_1 b_4 \alpha} = \frac{\sin x}{\sin m} = \frac{b_1 b_4}{\alpha b_1} < \frac{b_2 b_3}{\alpha b_1} < 1$$

und es macht daher die Linie αb_1 mit der Einfallsebene einen Winkel kleiner als m . Der Cosinus des Winkels zwischen dem einfallenden Strahl in α und der Linie αb_1 ist daher höchstens

$$\cos p = -\sin i \cos m = -\sin \alpha b_1$$

und wir erhalten somit

$$\alpha b = \frac{\varrho^2}{R} \operatorname{tg} i \sin \alpha b_1 - \frac{(\varrho^2 \alpha - \varrho^2 i)}{2r \cdot \cos i} = \frac{\varrho^2 \operatorname{tg} i}{R} \sin i$$

und

$$\mathcal{A} = \frac{\varrho^2}{R} \cos i.$$

Denken wir uns nun durch δ einen Radius zur oberen Kugelfläche gelegt, so werden die innerhalb der Grenzen der Genauigkeit unserer Rechnung gleiche Winkel mit dem Loth in δ bildenden beiden Strahlen einen gemeinsamen scheinbaren Durchschnittspunkt auf diesem Radius haben.

Bezeichnen wir seinen senkrechten Abstand von der Verbindungslinie der beiden Kugelmittelpunkte, also den beobachteten Radius der Ringe mit ϱ' , so ist:

$$\varrho' = \varrho + d_1 \frac{\varrho}{r} (1 - \cot i \operatorname{tgr}).$$

In diesem Durchschnittspunkte haben die Strahlen denselben Phasenunterschied wie in δ und es ergibt sich daher für den Radius der dunklen Ringe senkrecht zur Einfallsebene unter dem Einfallswinkel i , wenn man mit $z \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$ die Summe aller etwa bei der Brechung und Reflexion auftretenden Phasenveränderungen und mit λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes bezeichnet, die Gleichung

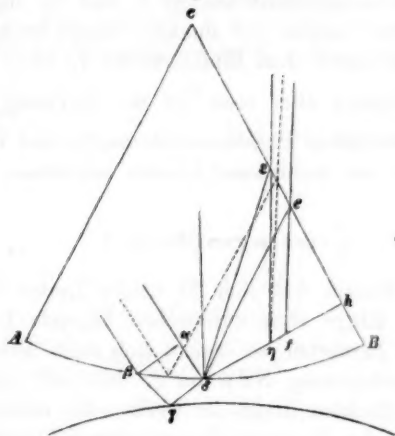
$$\frac{\varrho^2}{R} \cos i + z = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Setzen wir voraus, daß sich die beiden Linsen im Mittelpunkt der Ringe ohne dazwischen liegende Luftschicht vollkommen berührten, so ergibt sich nach dieser Formel aus der Beobachtung Newton's, daß sich die Durchmesser der dunklen Ringe, im weißen wie im homogenen Lichte, wie die Quadrate der geraden Zahlen verhalten, daß die Summe der Phasenveränderungen im reflectirten Lichte eine halbe Wellenlänge beträgt und zwar gilt dies für parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht. Denn da, wo sich die Ringdurchmesser für die beiden Componenten des natürlichen Lichtes merklich unterscheiden würden, in der Nähe des Polarisationswinkels des Glases, ist die Intensität des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes so schwach, daß die Ringe nur von parallel zur Einfallsebene polarisirtem Lichte herrühren und außerhalb dieses Winkels sind die Phasenveränderungen für beide Componenten nahezu gleich.

Nur in einem Punkte giebt die obige Formel die Newton'schen Messungen nicht wieder. Nach ihr sollten die Durchmesser mit wachsendem Einfallswinkel wie die Quadratwurzeln aus der Sekante zunehmen, die Beobachtungen

ergaben aber über 50° hinaus ein merklich kleineres Wachstum. Newton giebt nun an, daß er unter den größten Einfallswinkeln mit zwei Prismen beobachtet habe, deren Flächen zufällig etwas convex waren. Für diese Combination wollen wir zunächst die strengere Theorie durchführen.

Fig. 2.



Die Bezeichnungen seyen dieselben wie vorher, dann ergeben gleiche Betrachtungen wie die vorigen für den Phasenunterschied der beiden durch δ (Fig. 2) gehenden Strahlen

$$\frac{\varrho^2}{R} \cos i \cdot \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Die Radien R der convexen Flächen nehmen wir hierbei für beide Prismen als gleich an. Im Gegensatz zum Vorigen sind aber die Winkel, welche die beiden Strahlen mit dem Loth in δ machen, nicht mehr gleich. Es ist:

$$\cos \delta'' = \cos \delta' - \sin r \operatorname{tg} i \frac{\varrho^2}{r^2}.$$

Die Rechnung ist hierbei bis auf die Glieder mit dem Factor r^{-2} durchgeführt worden; im Resultate sind aber nur diejenigen Glieder beibehalten, welche nicht mit tgr , coti

tgr , $\operatorname{tg}^2 r$ usw. multiplicirt sind. Denkt man sich nun von δ ein Loth δh auf die Ebene BC gefällt, so werden beide Strahlen nach ihrem Austritt aus dem Prisma rückwärts verlängert die Linie δh schneiden. Wir wollen zunächst ihren Phasenunterschied in diesen Schnittpunkten bestimmen. Bezeichnen wir die Seite AB des oberen Prismas, also die zu dem Bogen AB zugehörige Sehne mit $2s$, den Winkel ABC mit g und denken uns das Prisma so gelegt, daß die das Loth in δ und die Linie δh enthaltende Ebene der Einfallsebene parallel ist, so ist

$$\cos \varepsilon \delta h = \cos \delta'' \cos g + \sin \delta'' \sin g \cos n,$$

wenn n den Winkel zwischen der das Loth und den gebrochenen Strahl $\delta \varepsilon$ enthaltenden Ebene und der Einfallsebene bezeichnet. $\sin n$ ist, wie die Berechnung ergibt, von der Ordnung r^{-1} , weder tgi noch seci proportional und wir haben mithin

$$\cos \varepsilon \delta h = \cos(\delta'' - g) = \cos \varepsilon'.$$

Bezeichnen wir ferner den Winkel zwischen dem in δ reflectirten Strahl und dem Einfallslot auf BC mit ε' und die zu ε' und ε' zugehörigen Austrittswinkel in der Luft mit ε und e , so ist

$$\cos \varepsilon' = \cos(g - r)$$

$$\sin e = n \sin(g - r)$$

$$\cos \varepsilon' = \cos \varepsilon' + \sin \varepsilon' \operatorname{tgi} \frac{\varrho^2}{r^2}$$

$$\sin \varepsilon' = \sin \varepsilon' - \cos \varepsilon' \operatorname{tgi} \frac{\varrho^2}{r^2}$$

$$\sin \varepsilon = \sin e - n \cos \varepsilon' \operatorname{tgi} \frac{\varrho^2}{r^2}$$

$$\cos \varepsilon = \cos \varepsilon + n \operatorname{tge} \cos \varepsilon' \operatorname{tgi} \frac{\varrho^2}{r^2}.$$

In allen diesen Angaben sind die Glieder von der Ordnung r^{-2} , welche tgi oder seci nicht enthalten, vernachlässigt.

Hiernach ist die Differenz der optischen Längen der beiden Strahlen $\delta \varepsilon$ und δe :

$$n(\delta \varepsilon - \delta e) = \frac{ns \cdot \sin g}{\cos \varepsilon'} - \frac{ns \cdot \sin g}{\cos \varepsilon'} = - \frac{ns \sin g \operatorname{tge}' \operatorname{tgi} \frac{\varrho^2}{r^2}}{\cos \varepsilon' \frac{\varrho^2}{r^2}}$$

und die der beiden Strahlen $\varepsilon\eta$ und ef

$$\varepsilon\eta - ef = \frac{\delta\varepsilon \sin \varepsilon'}{\sin \varepsilon} - \frac{\delta\varepsilon \sin \varepsilon'}{\sin \varepsilon}$$

und es ist somit die Phasendifferenz der beiden interferierenden Strahlen in η und f

$$\left(\frac{\rho^2}{r} \cos i - (n^2 - 1) \frac{\sin g}{\sin \varepsilon} \operatorname{tg}^2 \varepsilon' \operatorname{tg} i s \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Das Auge des Beobachters, das für ein deutliches Bild der Fläche AB accomodirt ist, vereinigt nun diese beiden Strahlen nicht in einen Punkt der Netzhaut, sondern je nachdem es für das Bild accomodirt ist, das von dem an der oberen Gränze der Luftschicht reflectirten Lichte herührt oder für das von dem anderen Strahlenbündel erzeugte, vereinigt es zwei Strahlen, die sich in η oder f schneiden. Nehmen wir nun aus dem an der oberen Gränze reflectirten Lichte den Strahl, der nach seinem Austritt aus dem Prisma rückwärts verlängert durch η geht, so wird dieser Strahl und der an der unteren Gränze reflectirte und nach seinem Austritt aus BC rückwärts verlängert ebenfalls durch η gehende in einem Punkte der Netzhaut vereinigt und zwar mit demselben Phasenunterschied, der zwischen ihnen in η besteht. Diesen Phasenunterschied, von dem schliesslich die Gröfse der Ringdurchmesser abhängt, wollen wir jetzt zu bestimmen suchen.

Suchen wir zunächst den Abstand der beiden Punkte η und f . Es ist:

$$\delta\eta = \frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin \varepsilon} \delta\varepsilon = \left(\cos \varepsilon' - \frac{\cos \varepsilon}{n}\right) \delta\varepsilon.$$

$$\delta f = \frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin \varepsilon} \delta\varepsilon = \left(\cos \varepsilon' - \frac{\cos \varepsilon}{n}\right) \delta\varepsilon.$$

folglich

$$\eta\delta - f\delta = -(\operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \varepsilon' \cdot \cot \varepsilon) \sin g \cdot \operatorname{tg} i \frac{s \cdot \rho^2}{r^2}$$

und es liegt also η näher an δ als f .

Zieht man nun durch η eine Parallele zu dem durch f gehenden Strahl, die die Fläche AB in o schneidet, so ist sie der Weg des in o reflectirten Strahles. Denn der Co-

sinus des Winkels, den der in δ reflectirte Strahl mit dem Loth in δ macht, ist

$$\cos d'' = \cos r - 2 \cos r \frac{e^2}{r^2}.$$

Der Cosinus des Winkels zwischen dem durch o gehenden Radius der Kugelfläche AB und dem in o einfallenden Strahl

$$\cos o' = \cos r \cos \varphi. - \sin r \sin \varphi. \sin t.$$

oder mit Vernachlässigung der Glieder, welche niedrigere Potenzen als die Minus zweite in Bezug auf r enthalten

$$\cos o' = \cos r - \cos r \frac{e^2}{2r^2}$$

und der Cosinus des Winkels, den der in o reflectirte Strahl mit dem Loth in o macht

$$\cos o' = \cos r - 2 \cos r \frac{e^2}{r^2}.$$

Nun ist

$$\frac{e^2}{r^2} = \frac{e^2}{r^2}$$

und folglich der in o reflectirte Strahl parallel dem in δ reflectirten.

Bestimmen wir nun seinen Phasenunterschied gegen den in δ reflectirten, so ist er

$$- (f\delta - \eta\delta) \sin e (n \operatorname{tg} r - n \cot r - n \operatorname{tg} e' + \operatorname{tge} + \operatorname{cote}) \frac{2\pi}{\lambda}$$

und wenn wir im Resultate aus der zweiten Klammer nur das hauptsächlichste Glied cote beibehalten — e ist stets kleiner als 45° —

$$- (f\delta - \eta\delta) \cos e \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Ebenso hätten wir auch, wenn das beobachtende Auge auf den Punkt f accomodirt gewesen wäre, den Strahl aufsuchen können, der nach zweimaligem Durchlaufen der dünnen Luftschicht nach seinem Austritt aus der Fläche BC rückwärts verlängert durch f geht und hätten seinen Phasenunterschied gegen den aus demselben Bündel durch η

gehenden Strahl bestimmen können. Die gleichen Betrachtungen ergeben denselben Werth der Phasendifferenz nur mit umgekehrtem Vorzeichen.

In beiden Fällen ergibt sich also für die Größe des Durchmessers des n^{ten} dunklen Ringes senkrecht zur Einfallsebene unter dem Winkel i die Formel

$$\frac{e^2}{r} \cos i \left[1 + \left(\sin e - \frac{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 e'}{\sin e} \right) \frac{\operatorname{tg} i}{\cos i} \sin g \frac{s}{r} \right] + \chi = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

oder, da das zweite Glied der inneren Klammer klein ist gegen das erste

$$\frac{e^2}{r} \cos i \left[1 + \frac{\sin e \cdot \operatorname{tg} i}{\cos i} \sin g \frac{s}{r} \right] + \chi = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2).$$

Auch nach dieser Formel verhalten sich, wenn man die Summe der Phasenänderungen gleich einer halben Wellenlänge setzt, die Durchmesser der dunklen Ringe, wie die Quadratwurzeln aus den geraden Zahlen und die der hellen, wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen, aber ihre Zunahme mit dem Einfallswinkel ist anders, als sie die bisherige Theorie ergibt.

Genauere Angaben über den Radius, den brechenden Winkel oder die Seiten der angewandten Prismen finden sich nun in Newton's Beobachtungen nicht. Nehmen wir ein gleichseitiges Prisma von 1 Zoll Seite mit einem Radius der Fläche AB von 90 Zoll an und berechnen die Beobachtungen bis zu 50° Einfallswinkel nach der für die beiden Linsen geltenden Formel (1), die über 50° nach der vorher angegebenen Formel (2), so ergeben sich folgende Werthe der Ringdurchmesser unter dem Einfallswinkel i , wenn man sie unter senkrechter Incidenz gleich 10 setzt. Die Zahlen der vierten Reihe geben die nach der bisherigen Theorie berechneten Werthe.

i	ber.	beob.	ber.
0°	10	10	10
10	10,08	10,08	10,08
20	10,32	10,33	10,32
30	10,75	10,74	10,75
40	11,42	11,40	11,42
50	12,46	12,47	12,46
60	14,06	14,07	14,14
65	15,27	15,25	15,38
70	16,90	16,80	17,06
75	19,28	19,24	19,66
80	23,01	22,86	24,00
85	29,02	29,00	33,87

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist eine fast vollständige und somit entscheidet sich auch die letzte Differenz zwischen den Newton'schen Beobachtungen und der Theorie zu Gunsten Newton's.

Sucht man nun aus den Beobachtungen die Gröfse der Phasenveränderung, so ergiebt sie sich für alle Einfallswinkel gleich einer halben Wellenlänge und zwar die Summe der bei der Reflexion in Luft an Glas und der etwa bei der Brechung aus Glas in Luft und aus Luft in Glas stattfindenden Phasenveränderung weniger der Phasenveränderung bei der Reflexion in Glas an Luft. Ihre Veränderung bei der Reflexion in Luft an Glas läßt sich nun aus den Beobachtungen im durchgehenden Lichte für sich bestimmen. Suchen wir zunächst die Formel für den Radius der Ringe im gebrochenen Lichte für die beiden Linsen. Im Punkte δ (Fig. 1), wo sich die beiden interferirenden Strahlen auf der ebenen Fläche der planconvexen Linse schneiden, haben sie in Folge der verschiedenen Länge der durchlaufenen Wege den Phasenunterschied

$$\frac{q^2}{R} \cos i \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Der bei δ aus der oberen Linse gebrochene und der in der Luftschicht reflectirte Strahl fallen nun, da $\cos d'$ gleich $\cos \delta'$ ist, innerhalb der Gränzen der Genauigkeit

unserer Rechnung zusammen und es wird daher bei ihrem Durchgang durch die untere Linse kein neuer Phasenunterschied zwischen ihnen erzeugt. Denken wir uns nun den durch δ gehenden Radius zur oberen Kugelfläche, so werden alle Strahlen, die gleiche Winkel mit ihm machen, nach der Brechung von demselben Punkte auszugehen scheinen. Ziehen wir daher in der durch δ und die beiden Kugelmittelpunkte gehenden zur Einfallsebene senkrechten Ebene einen Strahl unter demselben Winkel zum Radius, wie die interferirenden Strahlen, so ist sein Schnittpunkt mit dem durch δ gehenden Radius das Bild dieses Punktes nach der ersten Brechung. Bezeichnet man den Abstand dieses Schnittpunktes von δ , eine Linie, die gegen den Kugelradius (51 Fuß) klein ist, mit x , so ist der senkrechte Abstand dieses Bildes von der Verbindungslinie der beiden Kugelmittelpunkte

$$q' = q + \frac{x \cdot q}{R}.$$

Zieht man ferner durch dieses Bild einen Radius zur zweiten Kugelfläche und in derselben Ebene wie oben einen Strahl, der mit ihm demselben Winkel macht, wie die beiden interferirenden Strahlen, so ist sein Schnittpunkt mit diesem Radius das Bild des Punktes δ nach der Brechung durch die untere Linse. Sein senkrechter Abstand von der Centrale, also der beobachtete Radius der Ringe im durchgehenden Lichte ist dann

$$q'' = q' + \frac{y \cdot q}{R},$$

wenn y die gegen R wieder kleine Entfernung dieses Bildes vom Bilde nach der ersten Brechung bezeichnet. Nennt man nun die Phasenveränderung bei der Reflexion in Luft an Glas $\psi \frac{2\pi}{\lambda}$, so ist die Gleichung der dunklen Ringe im durchgehenden Lichte

$$\frac{q^2}{R} \cos i + 2\psi = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

und die gesuchte Phasenveränderung demnach für alle Farben nach der einfachsten Annahme 0° oder 180° .

Zwischen diesen beiden Werthen entscheidet nun ein Versuch Fresnel's ¹⁾, der durch Quincke ²⁾ im Wesentlichen bestätigt worden ist. Nach ihm haben zwei Strahlen, die von einem leuchtenden Punkte ausgehen und gleiche Wege durchlaufen haben, einen Phasenunterschied von 180° , wenn der eine einmal, der andere zweimal in Luft an Glas reflectirt worden ist. Und somit würde sich für alle Farben und unter allen Einfallswinkeln die Phasenveränderung bei der Reflexion in Luft an Glas zu 180° , die Summe der bei der Brechung aus Glas in Luft und aus Luft in Glas stattfindenden, weniger der Phasenveränderung bei der Reflexion in Glas an Luft, zu 0° ergeben.

(Schluß im nächsten Heft.)

II. Ueber merkwürdige Verwachsungen von Quarzkrystallen auf Kalkspath von Schneeberg in Sachsen; von Aug. Frenzel in Freiberg und G. vom Rath in Bonn.

(Hierzu Taf. I.)

(Mitgetheilt aus dem Monatsber. d. K. Ak. d. Wiss. zu Berlin, Sitzung vom 5. Nov. 1874.)

Regelmäßige Verwachsungen zweier verschiedener Mineralien gehören bekanntlich zu den seltensten und interessantesten Erscheinungen des Mineralreichs, da sie ungewöhnliche Ausnahmen von dem allgemeinen Gesetze bilden, daß nur gleichartige Körper sich gegenseitig in ihrer krystallographischen Stellung bestimmen. Quarz und Kalkspath, diese verbreitetsten Mineralien, welche in Tausenden von Vorkommnissen in Association erscheinen, sind bisher nur höchst selten in regelmäßiger Verwachsung beobachtet worden, so namentlich auf Quarzgängen des Serpentin

1) Fresnel, *Oeuvres I*, p. 703.

2) Pogg. Ann. Bd. 142. S. 228.

Poggendorff's Annal. Bd. CLV.

von Reichenstein in Schlesien (s. G. Rose, diese Ann. Bd. 83, S. 461; H. Eck, Zeitschr. d. deutschen geolog. Gesellsch. Bd. 18, S. 426).

Ein diesen Reichensteiner Quarzgruppen verwandtes Gebilde ist es, welches vor Kurzem auf einem Quarzstücke der Grube Wolfgang Maafsen bei Schneeberg von einem von uns aufgefunden wurde. Das Nebengestein des Ganges ist, nach dem Handstück zu schliessen, ein schwarzer Kieselschiefer. Ein scharfkantiges Fragment dieses Gesteins, welches offenbar von der Gangmasse völlig umrindet war, trägt zunächst eine ältere Quarzbildung, von rauchgrauer Farbe, durchscheinend, welche als krystallinisch-fasrige, 2 Decim. dicke Rinde, dem Kieselschiefer aufruht und gegen den freien Gangraum hin in Formen der gewöhnlichen Combination von Dihexaëder und dem untergeordneten Prisma ($\pm R, \infty R$) auskrystallisirt ist. Auf dieser älteren Bildung ruhen nun Quarze von jüngerer Entstehung, deren schwach röthliche, durch eingemengte Rotheisenpünktchen bedingte Färbung an lichten Amethyst erinnert. Bei recht aufmerksamer Betrachtung nimmt man wahr, daß die in Rede stehenden Krystalle, welche bis 10 Mm. Gröfse erreichen, einen weissen undurchsichtigen Kern haben, während die Hülle durchsichtig ist.

Diese Krystalle besitzen nun eine so durchaus ungewöhnliche Form, daß wohl Niemand bei einer ersten Betrachtung derselben (s. Fig. 1, 1a, 2, Taf. I) Quarz vor sich zu haben glaubt — sondern vielmehr an Kalkspath, oder — da der Glanz ein von letzterem Mineral sehr verschiedener ist — an Chabasit erinnert wird. Eine genauere Prüfung dieser seltsamen, zuweilen fast ringsum frei ausgebildeten Krystalle lehrt nun freilich, daß es wirklich Quarz ist, welcher gleichsam in Truggestalten nach dem ersten stumpfen Rhomboëder des Kalkspaths ($-\frac{1}{2}R$) erscheint; zugleich überzeugt man sich indeß, daß nicht eine Spur von Kalkspath an der Oberfläche des Stückes wahrnehmbar ist. Die einspringenden Kanten ($-R: -R$

und $g : g$), welche der Beobachtung nicht entgehen, beweisen, daß wir es mit zwillingsähnlichen Verwachsungen zu thun haben.

Es sind demnach diese jüngeren Quarzgebilde Gruppen von je drei Individuen, welche je eine (sehr vorherrschende) Hauptrhomboëderfläche ($+R$) in der Weise zusammenfügen, daß durch ihre Combination ein, dem $-\frac{1}{2}R$ des Kalkspaths gleiches Rhomboëder entsteht. Außer dem Hauptrhomboëder bieten die Individuen noch die Flächen des Prismas und — untergeordnet — diejenigen des Gegenrhomboëders ($-R$) dar. Wie die Fig. 1, Taf. I erkennen läßt, begränzen sich die drei Individuen nicht nur in verticaler, sondern auch in horizontaler Richtung; ein jedes derselben ist in zwei Hälften getheilt, welche am oberen und unteren Pole der Gruppe in den gegenüberliegenden Räumen auftreten. In der horizontalen Begränzungsebene findet keine congruente Berührung statt. Die incongruenten Ränder des oberen und des unteren Theils der Gruppe werden stets durch eigenthümliche, in der Fig. 2, Taf. I genau wiedergegebene Fortwachsungen ausgeglichen.

Die erste Deutung dieser merkwürdigen Gebilde wird in ihnen wahre Drillinge sehen. Prüfen wir eine solche Annahme, indem wir das Zwillingsgesetz zu bestimmen suchen.

Als Zwillingsebene würde diejenige Ebene zu betrachten seyn, welche die Endkante des Pseudorhomboëders halbirt, also die verticale Verwachsungsebene. Um dieselbe auf das System des Quarzes zu beziehen, wurde jene Kante $R : R$ gemessen; sie ergab genau den Werth der Kante des Kalkspathrhomboëders $-\frac{1}{2}R$, nämlich $134^{\circ} 57'$, mit Abweichungen, welche die Beobachtungsfehler nicht überschreiten. Durch eine einfache Rechnung stellt sich nun heraus, daß jene verticale Verwachsungsebene, auf die Axen des Quarz bezogen, überhaupt keinen krystallographischen Ausdruck erhält und demnach Zwillingsebene nicht seyn kann. Zu

ganz demselben Resultate werden wir geführt, wenn wir eine zweite, bei Voraussetzung der Existenz einer Zwillingsbildung noch bleibende Annahme machen, daß nämlich die Zwillingssebene normal zu jener verticalen Verwachsungsebene stehe. Während diese letztere den spitzen Winkel, welchen die Hauptaxen der beiden sich berührenden Quarzindividuen bilden, halbirt, würde die neu gesuchte Ebene den stumpfen Axenwinkel halbiren. Doch auch die so bestimmte Fläche erhält keinen krystallonomischen Ausdruck. Die Individuen bilden demnach keine krystallonomische Verwachsung und können in keiner Weise als Zwillinge oder Drillinge gedeutet werden.

Es muß also für ihre Verbindung eine andere Erklärung gesucht werden. Dieselbe bot sich dar, als die Bruchfläche einer zum Zweck der Messung abgenommenen Krystallgruppe mit Aufmerksamkeit betrachtet wurde.

Es stellte sich dabei heraus, daß im Innern der Gruppe ein kleiner Kern von Kalkspath in der Form des ersten stumpfen Rhomboëders vorhanden ist, wie derselbe in der Fig. 1, Taf. I angedeutet ist. Dieses Kalkspathrhomboëder, welches den undurchsichtigen Kern der Gruppe bildet, hat die Stellung der drei Quarzkrystalle, welche in ihrer Vereinigung jenes Rhomboëder $-\frac{1}{2}R$ nachahmen, bestimmt. Das Stellungsgesetz ist demnach dieses, daß eine Hauptrhomboëderfläche des Quarzes mit einer Fläche $-\frac{1}{2}R$ des Kalkspaths und ferner die horizontalen Diagonalen der betreffenden Rhomboëderflächen parallel sind. Die Prismenflächen, welche mit der Fläche R in horizontalen Kanten sich schneiden, erscheinen, auf die Kalkspath-Truggestalt bezogen, als ein spitzes Rhomboëder, welchem indeß ein kristallographischer Ausdruck nicht zukommen würde. Da die Flächen g zur Verticalaxe der Gruppe sich neigen $25^{\circ} 32'$, so fällt das durch sie gebildete spitze Rhomboëder zwischen die Kalkspathformen $-2R$ (Neigung der Flächen zur Verticalen $26^{\circ} 53'$) und $-\frac{1}{4}R$ ($24^{\circ} 15'$).

Es berechnen sich für den Pseudodrilling des Quarzes folgende Winkel:

Endkante des Pseudorhomboëders	134° 57'
(gleich der Endkante von $-\frac{1}{2}R$ des Kalkspaths)	
Neigung der Kante $R : R$ zur Verticalen	76 9
Einspringende Kante $-\bar{R} : -\bar{R}$	149 22
Neigung dieser Kante zur Verticalen	48 58
Einspringende Kante $g : g$	175 10½
Neigung dieser Kante zur Verticalen	4 28

Untersucht man die drei in der verticalen Verwachsungsebene liegenden Neigungen von $R : R$; $-\bar{R} : -\bar{R}$ und $g : g$ zur Verticalen, so ergibt sich, daß ihre Tangenten kein rationales Verhältniß besitzen. Es bestätigt sich demnach, daß die durch jene Kanten bezeichnete Ebene keine krystallonomische ist.

Von besonderem Interesse ist es, den Bau unserer Quarzgruppe in der horizontalen Ebene zu untersuchen, in welcher die Individuen sich auf incongruente Weise berühren. Die Horizontalebene ist, auf die Quarzindividuen bezogen, nicht krystallonomisch, sich in dieser Hinsicht wie die verticale Begränzungsebene verhaltend. Während aber in dieser letzteren die Flächen sich symmetrisch berühren und Kanten bilden, geschieht es in der horizontalen Ebene auf unsymmetrische Weise. Zur Ausgleichung der incongruenten Ränder, welche hier entstehen würden, wenn die Individuen sich mit der Horizontalebene begränzten, bilden sich eigenthümliche Fortwachsungen (Fig. 2, Taf. I). In den Figg. 1, 1a sind die Individuen ohne Fortwachsungen dargestellt; man erblickt nun die incongruenten Ränder, welche durch Ueberwachsung ausgeglichen werden müssen. In jedem Sextanten liegt, in der Horizontalebene, ein gleichschenkliges, sehr stumpfwinkliges Dreieck, dessen ungleicher Winkel 175° 1', während die gleichen 2° 29½' betragen. Diese Incongruenz ausgleichend, wächst nun das vorragende Individ über die, einen stumpfen einspringenden Winkel bildenden Prismenflächen der beiden anderen In-

dividuen fort, bald in mehrere zackenförmige Spitzen getheilt, bald in einer einzigen breiten Lamelle, wie es in der Figur der Fall. So sind diese drei Individuen durch Fortwachsungen gleichsam wie durch Klammern, auf das Innigste verbunden.

Nicht immer schließen die drei Quarzindividuen in der Polecke zu einem Punkte zusammen; häufig entsteht dort vielmehr eine einspringende Ecke, gebildet durch die Flächen des Gegenrhomboëders.

Von besonderem Interesse gestaltet sich nun der Vergleich der von G. Rose als Vierlingskrystalle beschriebenen von H. Eck in ihrer Beziehung zum Kalkspath richtig gedeuteten Quarzgruppen von Reichenstein. Da die Figur, welche die verdienstvolle Arbeit des Hrn. Prof. Eck begleitet, in Holzschnitt ausgeführt, einen mehr schematischen Charakter trägt, so erschien es nicht überflüssig, eine neue, naturgetreue Zeichnung dieser merkwürdigen Gebilde in schiefer Projection zu geben (Fig. 3, Taf. I). Bei den Reichensteiner Truggestalten bildet das stumpfe Kalkspathrhomboëder nicht einen ringsumschlossenen Kern, sondern eine vorragende Unterlage. Drei Quarzkrystalle bauen sich nämlich über dem Scheitel des Kalkspathrhomboëders auf; sie gleichen vollkommen einer oberen Hälfte der Schneeberger Gruppe. Es sind dies die drei *inneren* Individuen der Reichensteiner Quarz-Verwachsungen. Zu ihnen treten gewöhnlich mit höchster Regelmäßigkeit drei *äußere* Individuen hinzu, welche gleichfalls eine Hauptrhomboëderfläche mit einer Fläche $-\frac{1}{2}R$ des Kalkspaths parallel legen, aber ihre Hauptaxen nicht in der Richtung der Polecke des Kalkspaths, sondern in der Richtung der Lateralecken desselben wenden. Ein inneres und ein äußeres Individ., welche auf derselben Kalkspathfläche ruhen, legen nun eine ihrer Hauptrhomboëderflächen in ein und dieselbe Ebene, und so gewann es den täuschenden Schein, als ob dieselben in Zwillingsstellung sich befänden mit der Zwillingssebene $+R$; Zusammenwachsungsebene normal. Doch es ist stets nur die Fläche des Kalkspaths, welche die Stellung der Quarze bedingt. Ein Zwillingsgesetz des

Quarzes parallel R ist bisher nicht sicher erwiesen¹⁾. Zuweilen erscheinen die Reichensteiner Gruppen noch etwas complicirter, indem zwischen je zwei äusseren Individuen noch ein Quarzkrystall mit etwas abwärts geneigter Hauptaxe hervorschieft; es ist dies eine Fortwachsung des dritten (jenseitigen) äusseren Individ. Zuweilen ruhen mehrere Kalkspathrhomboëder — $\frac{1}{2}R$ über einander; zwischen denselben ragen strahlenförmig die äusseren Quarzindividuen hervor, bis das Scheitelindivid die vollständige in der Fig. 3, Taf. I dargestellte Sechslingsgruppe trägt.

Es muß wohl mit Bewunderung erfüllen, daß regelmäßige Verwachsungen zwischen Kalkspath und Quarz so überaus selten sind, während doch scheinbar ähnliche Bedingungen, nämlich eine ältere Bildung von Kalkspath in der Form des ersten stumpfen Rhomboëders und eine jüngere Quarzbildung, häufig auf Gängen vorhanden sind. Ausser Schneeberg und Reichenstein ist uns nur noch ein einziges ähnliches Vorkommen bekannt: Ueberrindungen und Umhüllungspseudomorphosen von Quarz nach Kalkspath (in der Combination des ersten — niedrigen — hexagonalen Prismas nebst dem ersten stumpfen Rhomboëder) von der Spitzleithe bei Eibenstock in Sachsen. Die zum Theil zerstörten und weggeführten Kalkspathkrystalle haben eine Gröfse bis 3 Decim. Ihre Form ist erhalten durch Quarzrinden, welche aus zahlreichen — auf der allein sichtbaren Oberseite in drei Stellungen geordneten — Quarzindividuen bestehen, so daß die Reflexe von vielen parallel gestellten Flächen R der Quarzkryställchen der ursprünglichen Kalkspathfläche — $\frac{1}{2}R$ entsprechen. Dieses Vorkommen von der Spitzleithe bei Eibenstock erwähnt in einer fast verlorenen Notiz der hochverdiente Breithaupt (Berg- und Hüttenmännische Zeitung, 1865, S. 154), indem er regelmäßige Verwachsungen von Quarz mit Kalkspath

- 1) Nachdem die Reichensteiner Krystalle die obige Erklärung gefunden haben, könnte als Beweis für ein Zwillingengesetz „parallel R “ nur eine einzige Quarzstufe von unbekanntem Fundorte in Betracht kommen, welche Sella (*Mem. Acc. Torino, serie II, Tomo XVII*) beschreibt unter besonderer Hervorhebung, daß eine sichere Bestimmung des Gesetzes nicht möglich sey.

folgendermaassen beschreibt: „Der jüngere Quarz liegt mit dem einen primären Rhomboëder auf den Flächen $-\frac{1}{2}R$ des Kalkspaths völlig parallel“ (s. A. Frenzel, Mineralog. Lexicon für das Königreich Sachsen, S. 51).

III. *Mineralogische Mittheilungen;* *von G. vom Bath in Bonn.*

Fortsetzung XIV ¹⁾).

(Hierzu Taf. I.)

81. Pseudomorphe Monticellite von Pesmeda am Monzoni. 82. Zwillinge des rhombischen Schwefels. 83. Kalkspath von Ahren. 84. Quarz-zwilling aus Japan.

Anmerkungen: Optische Untersuchung des röthlichen Glimmers vom Vesuv durch Hrn. Dr. Hintze. Neue Analysen von Kalknatron-Feldspathen.

81. Ueber eine Fundstätte pseudomorpher Monticellit- (Kalk-Olivin-) Krystalle in Begleitung von Anorthit auf der Pesmeda-Alpe am Monzoni ²⁾).

Der Kamm des berühmten Monzoniberges in Tyrol, auf dessen Gesteine L. von Buch im J. 1824 die Aufmerksamkeit lenkte, besteht aus einer schwer entwirrbaren Masse von Augit-Syenit und Diabas nebst untergeordnetem Porphyrit, welche Gesteine als ein kolossaler Gang (von Ost nach West etwa 1 Wegestunde lang) durch Kalkschichten emporgestiegen sind, und sich ringsum mit einer Contactzone umgeben haben. Innerhalb dieser Gränzzone ist der, in weiterer Entfernung dichte, Kalk in Marmor verändert und vielfach mit krystallisirten Silikaten erfüllt. Zu diesen Contactmineralien des Monzoni gehören der Fassait, der Vesuvian, der Gehlenit, der Granat, der Monticellit, der Ceylanit oder Pleonast, der Anorthit u. a. Wäh-

1) Fortsetzung XIII, s. diese Annal. Bd. CLII, S. 1.

2) Diese Mittheilung wurde bereits vorgelegt in der Kgl. Akad. d. Wissenschaften zu Berlin, Sitzung v. 19. Nov. 1874.

rend auf der nördlichen, fast vegetationslosen Seite des Berges die Gränzlinie zwischen Kalk und Eruptivgestein ziemlich geradlinig durch den obersten Theil des *Toal dei Monzoni* zieht, dann zu den stufenweise über einander liegenden Thalmulden von *le Selle* emporsteigt, ihre Spur stets durch Contactgebilde bezeichnend: — verläuft auf der mattenbedeckten Südseite des Gebirges die Gesteinsgränze sehr unregelmäßig. Kurze Queräste laufen nach dieser Seite vom hohen Kamme aus und schliessen tiefe, steile Schluchten (Pesmeda, Foja, Rizzoni, Allochet) zwischen sich, in welchen die Gränzlinie vielfach verschlungen hinzieht. Größere und kleinere Massen von ungeändertem Kalkstein finden sich wohl auch rings umschlossen vom Eruptivgestein. An sehr vielen Punkten, wo die Rasendecke entblößt ist, treten die charakteristischen Contactmassen hervor, körnige Aggregate von weißem bis bläulichem Kalkspath, gelbem oder braunem Granat, schwarzem bis schwärzlichgrünem Spinell u. a., welche entweder der Gesteinsgränze angehören oder von kleineren ringsumschlossenen und metamorphosirten Kalkpartien herrühren. Oft zeigen jene Contactaggregate eine Hinneigung zu zonenartiger Anordnung der Mineralien, gleichsam zu Drusen; in der Mitte ist der graublaue Kalk oft in großblättrigen Massen ausgebildet. Die in Rede stehende Mineral-Fundstätte der pseudomorphen Monticellit-, sowie der Anorthitkrystalle liegt auf dem hohen scharfen Felsrücken, welcher die Schluchten von Pesmeda und *Toal della Foja* trennt, in einer Meereshöhe von etwa 2300 M. Es ist eine, soweit ich beobachten konnte, rings isolirte Kalksteinscholle von nur geringer Ausdehnung. Das die metamorphische Kalkmasse umschließende Gestein ist hier ein augitischer Syenit. Diefes Gestein schneidet scharf ab an der Kalkscholle, welche zum großen Theile aus Silikaten besteht, deren lagen- und streifenweise Anordnung die ursprüngliche Schichtung des Kalks anzudeuten scheint. Die Contactaggregate sind oft von großer Schönheit und Farbenreichthum: um bläulichweißen Kalkspath bildet der grüne Fassait zonenähnliche

Hüllen, es treten hinzu mit ihren lebhaften Farben Granate und Spinelle ¹⁾).

Der Naturaliensammler G. Batt. Bernard zu Campitello, welcher vor etwa zwei Jahrzehnten jene Fundstätte entdeckte, gewann in mühevoller Arbeit auf derselben bereits vor längerer Zeit eigenthümliche Mineralgebilde, die in manchen Sammlungen verbreitet, bisher nicht die richtige Deutung gefunden haben, welche freilich erst durch neuere Auffindungen möglich wurde. Es sind Drusen, in denen kleine Fassaite in regelloser Gruppierung große Krystalle (s. Fig. 11, Taf. I) zusammensetzen, deren Formen nicht ganz sicher wegen Unregelmäßigkeit der Flächen zu erkennen waren und deshalb, wenngleich mit einiger Unsicherheit, gleichfalls als Fassaite gedeutet wurden. Außerdem kamen damals von jener Fundstätte veränderte lichtgraue bis lichtgelbliche Krystalle, welche man für Pseudomorphosen von Serpentin nach Fassait hielt. Sie waren aufgewachsen und nur an einem Ende ausgebildet. Diese letzteren Gebilde nun sind im Jahre 1873 in größerer Vollkommenheit vorgekommen als früher; auch haben sich an beiden Enden ausgebildete Krystalle gefunden, welche so gleich erkennen lassen, daß ihre Form mit derjenigen der Fassaite unvereinbar ist. Diese Serpentin-Pseudomorphosen werden zunächst den Gegenstand unserer Untersuchung bilden; an dieselben werden wir eine Schilderung der räthselhaften Gebilde reihen, welche den Fassait in einer ihm fremden Krystallform darbieten.

Das Muttergestein der Serpentin-Pseudomorphosen ist ein Gemenge von schwärzlich-grünem Spinell, welcher zum großen Theil bereits in Serpentin umgeändert ist, von lichtgrünem Fassait und Kalkspath, welcher in den Drusen auch zierlich auskrystallisirt erscheint. Die neuen Krystalle (s. Fig. 4 bis 7, Taf. I), welche eine Größe bis 5 Centim.

- 1) Ausführlichere Mittheilungen über den Berg Monzoni giebt Freiherr v. Richthofen in seinem vortrefflichen Werke: „Geognostische Beschreibung der Umgebung von Predazzo, Sanct Cassian und der Seiser Alpe“, S. 252 — 257. Vgl. auch Dr. Dölter in N. Jahrb. f. Min. Jahrg. 1875. S. 46; sowie G. vom Rath, Ueber die Gesteine des Monzoni, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. 1875.

erreichen, gehören dem rhombischen Systeme an und stehen der Form des Olivin's sehr nahe. Aus ihrer chemischen Zusammensetzung wurde die Ueberzeugung gewonnen, daß sie ehemals Monticellit (Batrachit)¹⁾ waren, welches Mineral am Monzoni zwar noch nicht in Krystallen, wohl aber derb vorkommt.

Die Combination der Monticellitkrystalle ist gewöhnlich einfach (s. Fig. 4, 4a, Taf. I); die größeren sind oft flächenreicher (Figg. 5, 6, 7). An denselben wurden beobachtet: zwei Pyramiden, zwei Prismen, zwei Brachydomen, ein Makrodoma und das Brachypinakoïd. Wählen wir zur Grundform die Pyramide f (am Olivin pflegt man die Pyramide e zur Grundform zu nehmen), wie es auch in meiner Mittheilung über den Monticellit (s. diese Ann. Erg.bd. V, S. 434) geschehen, so erhalten wir folgende Formeln:

$$\begin{aligned} f &= (a : b : c), & P \\ e &= (a : 2b : b), & \bar{P}2 \\ d &= (a : \infty b : c), & \bar{P} \infty \\ s &= (a : b : \infty c), & \infty P \\ n &= (a : 2b : \infty c), & \infty \bar{P}2 \\ k &= (\infty a : b : c), & \bar{P} \infty \\ h &= (\infty a : 2b : c), & \frac{1}{2} \bar{P} \infty \\ b &= (\infty a : b : \infty c), & \infty \bar{P} \infty \end{aligned}$$

Trotz der Aehnlichkeit der Formen (Fig. 4 bis 7) mit denjenigen des Olivin's konnte doch sogleich eine wesentliche Verschiedenheit in den Winkeln der Prismenzone nachgewiesen werden. Zwar hinderte die matte Oberfläche der Krystalle eine unmittelbare Messung derselben am Reflexionsgoniometer; doch wurde mittelst aufgelegter Glattäfelchen die brachydiagonale Kante des Prismas $s:s=98^\circ$ gemessen, während dieselbe beim Olivin $94^\circ 3'$ beträgt. Dieser Unterschied ist so bedeutend, daß man ihn sogleich auch mit dem Anlege-Goniometer wahrnehmen kann. Weniger bedeutende Differenzen stellen sich in den Werthen der Kanten $e:e'$ oder $h:h'$ heraus. Als nun die chemische

1) Der Name Monticellit (Brooke 1831) hat die Priorität vor „Batrachit“ (Breithaupt 1832).

Um die Aehnlichkeit, resp. Verschiedenheit beider Mineralien zu übersehen, habe ich in Fig. 8 einen der mit den Monticellitkrystallen vorkommenden aufgewachsenen, meist nur mit dem oberen Ende frei ausgebildeten Fassaitzwilling in derjenigen Stellung gezeichnet, in welcher eine gewisse Vergleichbarkeit mit unseren Krystallen hervortritt. Es wurde zu dem Zwecke der Zwillingssebene die Stellung einer Längsfläche (Axenebene ac) gegeben. Der Krystall ist eine Combination von

$$\begin{aligned} m &= (a : b : \infty c), & \infty P \\ o &= (\frac{1}{2} a' : \frac{1}{2} b : c), & 2P \\ x &= (\infty a : \frac{1}{2} b : c), & (2P \infty) \\ a &= (a : \infty b : \infty c), & \infty P \infty \end{aligned}$$

Die Winkel des Fassait-, resp. Augitzwillings betragen:

$$m : m = 92^{\circ} 5' \quad z : z = 82^{\circ} 42' \quad z : z = 159^{\circ} 14'.$$

Während also die flächenarmen Monticellite eine gewisse Ähnlichkeit mit dem oberen Ende eines Fassaitzwillings darbieten, verschwindet dieselbe alsbald bei den flächenreicheren Krystallen oder bei denjenigen, welche an beiden Enden ausgebildet sind.

Die Härte der Monticellitkrystalle ist nur gering, gleich derjenigen des Serpentin. Die Farbe lichtbräunlich, gelblich, zuweilen weiß. Die Oberfläche ist nicht selten mit einer dünnen Haut von kohlensaurem Kalk bedeckt. Betrachtet man das Innere der Krystalle mit der Lupe, so bietet sich bisweilen ein feinkörniges Gemenge dar, indem durchscheinende, härtere, grünliche oder bräunliche Körnchen von einer weißen, weicheren Substanz umschlossen werden. Man erhält den Eindruck einer noch nicht ganz vollendeten, fortschreitenden Umwandlung. Diese Wahrnehmung wird nun durch die mikroskopische Untersuchung bestätigt und in interessantester Weise erweitert. Bei geringerer Vergrößerung (70fach) stellt sich eine gelblichweiße, zerklüftete und unreine Masse dar, welche von zahlreichen, theils geradlinigen, theils gebogenen, zuweilen netzförmig verzweigten grünen Adern durchzogen wird. Bei stärkerer Vergrößerung (220fach) erscheint die Grundmasse als ein höchst

feinkörniges Aggregat, welches bei Anwendung von polarisirtem Lichte durchaus Farben giebt und sich als krystallinisch erweist. Schon bei schwächerer, noch weit deutlicher indeß bei stärkerer Vergrößerung bemerken wir, daß jene grünen Adern aus kleinen Kugeln bestehen, welche vereinzelt, an einander gereiht oder zu Haufen vereinigt auftreten. Während die gelbe Hauptmasse als ein eisenarmer Serpentin zu betrachten ist, gehören jene grauen Kränze und Bänder einer eisenreicheren Verbindung an. Die Gesteinsmasse wird von zahllosen verlängerten Gebilden, ausgezeichnet durch ihre Querfaserung, durchsetzt. Es sind Trennungen, Zerspaltungen des Steins, deren Ränder eine überaus zierliche Fransung oder Faserbildung zeigen. Meist sind diese Faserspalten geradlinig, zuweilen gekrümmt, oft ziehen mehrere parallel; sehr häufig sieht man von einer Mittellinie mehrere Querstreifen sich abzweigen. Der Zusammenhang der gefaserten Spalten mit den grünen Kränzen ist vielfach auf das Deutlichste wahrzunehmen. Erst tritt die grüne eisenreiche Serpentinmasse in vereinzelt Körnchen auf, welche sich in anderen Spalten perlschnurähnlich an einander reihen, um endlich zusammenhängende Stränge und Haufen zu bilden. In dem Maasse als die grüne Substanz in den Spalten zunimmt, verschwindet die Querfaserung. Außer dem lichtgelben und dem in die Adern eindringenden grünen Serpentin bemerkt man in den mikroskopischen Schliffen auch einzelne krystallinische Körner, bald von gerundetem, bald von polygonalem Umriss, offenbar noch unveränderter Monticellit. Diese Körner haben ein feinpunkirtes Ansehen, an Olivin erinnernd; sie sind häufig zerklüftet und zeigen theils im Innern, theils an ihrer Peripherie die Bildung jener grünen Substanz.

Das mikroskopische Bild des aus Monticellit entstandenen und in dessen Formen auftretenden Serpentin (s. die Darstellungen auf Taf. II im Monatsber. d. Kgl. Ak. Berlin, Novemberheft) entspricht der Serpentinbildung aus Olivin, wie dieselbe durch Hrn. Prof. Rosenbusch in seinem vortrefflichen Werke „Mikroskop. Physiographie der Mineralien“ S. 371 genau dargestellt wurde.

Spec. Gew. der veränderten Monticellitkrystalle = 2,617 (bei 20° C.)

Spec. Gew. des Monticellits vom Vesuv = 3,119 — 3,245

Spec. Gew. des derben Monticellits (Batrachits) vom Monzoni aus dem Toal dei Rizzoni nach Breithaupt = 3,033

do. do. nach meiner Wägung = 3,054.

Ich führte drei Analysen mit Krystallbruchstücken verschiedener Drusen aus. Das zur Untersuchung verwandte Mineral war frei von kohlensaurem Kalk.

Umgewandelter Monticellit von Pesmeda, Monzoni.

	I.	II.	III.
Kieselsäure	39,51	41,31	39,67
Thonerde	0,81	1,34	1,99
Eisenoxydul	6,79	5,73	6,08
Kalk	6,25	6,47	6,59
Magnesia nicht bestimmt		33,08	34,42
Wasser	11,87	12,35	12,36
		100,28	101,11

Die vorstehenden Analysen beweisen, daß die Zusammensetzung verschiedener Krystalle derselben Fundstätte etwas verschieden ist: wie begreiflich bei einer Substanz, deren Umwandlung noch nicht ganz beendet ist. Der ansehnliche Kalkgehalt unterscheidet unsere Pseudomorphosen von allen bisher untersuchten Serpentin und beweist, — auch abgesehen von der obigen kry tallographischen Bestimmung, daß das ursprüngliche Mineral kein normaler Olivin gewesen seyn könne. Es würde unter dieser Voraussetzung der ansehnliche Kalkgehalt unerklärlich seyn. Die chemischen Veränderungen, deren Resultat in unserer Pseudomorphose vorliegen, ergeben sich bei einer Vergleichung der eben gegebenen Zahlen mit der Zusammensetzung des derben *Monticellit's* (*Batrachit's* Breithaupt) vom *Toal dei Rizzoni*, gleichfalls auf der Südseite des Monzoni. Ich führte zwei Analysen desselben aus.

Spec. Gew. = 3,054. Glühverlust 1,31.

	I.	II.	Mittel	
Kieselsäure	38,35	38,15	38,25	Ox. = 20,40
Eisenoxydul	4,29	4,31	4,30	= 1,10
Kalk	34,76	34,75	34,75	= 9,93
Magnesia	23,15	22,94	23,05	= 9,22
	100,55	100,15	100,35	

O von Ca O, Mg O, Fe O verhält sich zum O der Si O₂ = 20,25 : 20,40 = 1 : 1,007.

Es stimmt demnach die gefundene Zusammensetzung sehr nahe mit der Formel Ca O, Mg O, Si O₂ (Kieselsäure 38,46, Kalk 35,90, Magnesia 25,64) überein, wobei eine geringe Menge von Fe als isomorpher Bestandtheil für Ca und Mg eintritt. Zur Vergleichung mögen hier eine Stelle finden die Analysen des Monticellit's vom Vesuv (I) und desjenigen vom Toal dei Rizzoni (II, nach Abzug des Glühverlustes auf 100 berechnet), welche wir Rammelsberg verdanken.

	I.	II.
Kieselsäure	37,89	38,49
Eisenoxydul	5,61	3,05
Kalk	34,92	36,21
Magnesia	22,04	22,25
	100,46	100,00.

Die Umänderung bestand demnach vorzugsweise in der Ausscheidung des größten Theils der Kalkerde und in Aufnahme von Wasser; der Kalk schied sich unzweifelhaft als Carbonat aus. Wir finden ihn theils als krystallinische Rinden auf den pseudomorphen Krystallen, theils in unmittelbarer Nähe auf denselben Drusen. Die Fundstätte des derben Monticellit's (Batrachits) liegt etwas gegen Nord-Ost von Pesmeda, zu oberst der Schlucht *dei Rizzoni*, gleichfalls auf der Südseite des Monzoni-Gebirgs. Dort „bildet das auswendig meist verwitterte, gelblichweiße Mineral eine 0,3 bis 0,6 M. mässige Bank im Syenit und umschließt stets Kalkspath und Pleonast (Ceylanit)“ (s. die

Mineralien Tyrols von Liebener und Vorhauser S. 43). Ohne Zweifel wird es bei genauerer Erforschung der Fundstätte des Batrachit's im *Toal dei Rizzoni* gelingen, Krystalle aufzufinden; sie werden die Formen der pseudomorphen Krystalle von Pesmeda besitzen. Diejenigen Handstücke, denen ich das Material zu den beiden obigen Analysen entnahm, zeigten das gelbe Kalkmagnesiumsilikat, theils in fingerbreiten Schnüren, theils in isolirten Körnern, in großblättrigem Kalk. Was ich von Umrissen an diesen eingewachsenen Körnern bisher wahrnehmen konnte, stimmt recht wohl mit den Formen von Pesmeda überein. Der Batrachit ist von allerfeinsten Kalkschnüren durchzogen, welche erst nach dem Glühen des Minerals als netzförmige weiße Linien zum Vorschein kommen. Das Aussuchen des Minerals zur Analyse konnte erst geschehen, nachdem es geglüht und hierdurch diese feinsten Kalkschnüre erkennbar geworden. Der Glühverlust des Batrachits (1,31 Proc.) kommt, wenigstens zum Theil, auf Rechnung der Kohlensäure jener feinsten Kalklinien.

Die Serpentinbildung aus Monticellit hat auch insofern ein allgemeineres Interesse, als wir bisher eine Serpentinisirung eines so kalkreichen Silikats nicht kannten; und wohl die Vermuthung berechtigt ist, daß das ursprüngliche Mineral mancher Ophicalcite (Gemenge von Serpentin und Kalkstein) Monticellit war. — Die Krystalle von Pesmeda bieten nun eine interessante Analogie zu den berühmten Olivin-Pseudomorphosen von Snarum dar, welche eine so wichtige Rolle in der Geschichte der Wissenschaft gespielt haben. Unveränderte *Krystalle* haben sich weder am Monzoni, noch auf der norwegischen Fundstätte gefunden.

Die Untersuchung der pseudomorphen Krystalle von Pesmeda bot Veranlassung, nach dem Monticellit vom Vesuv zu suchen. Wir besitzen von diesem seltenen Mineral die oben mitgetheilte Analyse Rammelsberg's und die Messungen Brooke's, mit denen die meinigen (s. diese Ann. Ergbd. V, S. 434) genau übereinstimmen;

das Mineral selbst aber scheint fast verloren gegangen zu seyn. Wenn irgendwo der Monticellit vorhanden, so muß es in der reichen Sammlung vesuvischer Mineralien zu Neapel seyn. Dennoch aber scheint dies nicht der Fall, wie aus folgenden Worten des verdienstvollen Scacchi erhellt (d. d. 9. Oct. 1874) „*Dopo Brooke pare che Lei è il solo che ha misurato cristalli della vera Monticellite Trovo inesplicabile come questa specie da me si nasconde.*“ — Gewiß ist es, daß die Mehrzahl der in den Sammlungen mit der Etikette „Monticellit“ befindlichen Krystalle nicht dieser, sondern Forsterite sind, wie aus Folgendem erhellt.

Ich analysirte vesuvische Krystalle, welche Hr. Scacchi mit der fragweisen Bestimmung als „Monticellit“ mir zu senden die Güte hatte. Die Krystalle, etwa 5^{mm} groß, bilden mit schwarzem Spinell ein körniges Gemenge; sie sind farblos, deutlich spaltbar parallel *b*, und bieten eine Combination des verticalen Prisma *n*, der Pyramide *e*, der Brachydomen *k* und *h* (letzteres untergeordnet) vgl. Fig. 10, Taf. I. Wegen Rauigkeit der Flächen sind diese Krystalle nicht genauer meßbar. Die Analyse ergab:

Kieselsäure	42,33	Ox.	22,57
Eisenoxydul	1,57		0,35
Magnesia	54,90		21,96
Kalk	Spur		
	98,80.		

Die untersuchten Krystalle sind demnach Forsterit.

Ferner analysirte ich, in der Hoffnung, den vesuvischen Monticellit wiederzufinden, sehr kleine, trefflich ausgebildete, ganz lichtbräunliche, bei ihrer Kleinheit fast farblos erscheinende Krystalle (s. Fig. 10), welche mit braunem Humit des dritten Typus in Drusen eines wesentlich aus Glimmer und Kalkspath gebildeten Auswürflings sich finden. Sie sind, wenn wir wieder die mit *f* bezeichnete Pyramide als Grundform wählen, eine Combination von

$$\begin{array}{ll} f = P & d = \bar{P} \infty \\ e = \bar{P} 2 & k = \bar{P} \infty \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} s = \infty P & r = \infty \check{P}_2^3 \\ n = \infty \bar{P}2 & b = \infty \check{P}^\infty \end{array}$$

An diesen kaum 1^{mm} großen Krystallen wurden zwei Kanten mit Genauigkeit gemessen:

$$n : b = 114^\circ 58'; \quad f : b = 126^\circ 7\frac{1}{2}'.$$

Dieselben stimmen fast vollkommen mit denjenigen Werthen für den Olivin überein, welche von v. Kokscharow nach Messungen an den Krystallen des Pallas-Eisens angegeben werden, nämlich = $114^\circ 58\frac{1}{2}'$ und $126^\circ 6\frac{1}{2}'$. Spec. Gew. jener kleinen Krystalle = 3,183. Die Analyse, zu welcher nur 0,48 Gr. zur Verfügung standen, ergab:

Kieselsäure	39,93	Ox. = 21,29	
Magnesia	48,70	19,48	} 21,58
Eisenoxydul	8,43	1,87	
Manganoxydul	1,03	0,23	
Thonerde	0,10	0,05	
	<hr/>	<hr/>	
	98,19.		

Diese Krystalle, welche man ihrer Form zufolge wohl für Monticellit oder Forsterit hätte halten können (s. Des Cloizeaux, *Minéralogie*, Atlas Pl. VIII, Fig. 44 und 46), sind demnach Olivin, sich den eisenärmeren Varietäten annähernd ($\text{Fe, Mn : Mg} = 1 : 10$). Es ist bemerkenswerth, daß die kleinen vesuvischen Krystalle, obgleich weit eisenärmer, als die meteorischen ($\text{Fe, Mn : Mg} = 1 : 7$), identische Winkel zu haben scheinen, während der Eintritt der *Kalkerde* neben Magnesia im Monticellit, eine sehr wesentliche Aenderung der Winkel und zwar namentlich in der Prismenzone zur Folge hat. Ca und Mg zeigen sich demnach in der Olivingruppe weniger isomorph, als es bei den rhomboëdrischen Carbonaten der Fall ist. Es wird dem Vorstehenden zufolge von großem Interesse seyn, die Sammlungen nach Monticellit zu untersuchen, wobei die in Fig. 9 Taf. I dargestellte Form desselben ein Leiter seyn wird.

Weit räthselhafter als die Pseudomorphosen des Serpentins nach Monticellit, welche sich zahlreichen bereits bekannten Mineralumwandlungen anschließen (s. James

D. Dana, *on Serpentine pseudomorphs from the Tilly Foster Iron mine, Putnam Co. New-York; Am. Journ. Vol. VIII, (1874) p. 371* sind gewisse Afterkrystalle von Augit nach Monticellit, welche sich auf derselben Fundstätte, der Pesmeda-Alpe, finden. Große (bis 6 Centim.) Krystalle, welche auf das Deutlichste die Monticellitform zeigen, sind gänzlich in ein Aggregat kleiner Fassaite umgewandelt. Nicht nur auf derselben Fundstätte mit den Serpentin-Pseudomorphosen finden sich jene merkwürdigen Gebilde, welche eine secundäre Entstehung des Augits zu beweisen scheinen; ihre Spur ist sogar in denselben Drusen wahrnehmbar.

Die Umänderung des Monticellits in Fassait liegt mir in zahlreichen Handstücken vor. Eine etwa 20 Centim. große Stufe unserer Universitätssammlung besteht fast gänzlich aus Fassait, eine Druse bildend, welche ursprünglich wohl theilweise oder gänzlich mit Kalkspath erfüllt war. Der Fassait erscheint hier in zweifacher Ausbildung, zunächst in selbstständigen, 10 bis 30 Mm. großen Krystallen, ausschließlich Zwillingen, an denen man fast nur das durch die Flächen $z = (2P\infty)$ gebildete Ende wahrnimmt. Ausser diesen großen Krystallen sind kleine, nur 1 bis 3 Mm. messende, Fassaite vorhanden; es sind vorzugsweise einfache Individuen, umschlossen von den Flächen $m = \infty P$ und $o = 2P$. Diese kleinen, bisweilen gerstenkornähnlichen Fassaite, bilden theils deutliche, bis 3 Centm. große, Pseudomorphosen nach Monticellit, theils durchbrochene Hohlformen, ruinenähnliche Gestalten, in denen man, einmal darauf aufmerksam, leicht die Monticellitform wieder erkennt. In anderen Drusen fehlen die selbstständigen großen Fassaite, sie bestehen ausschließlich aus Pseudomorphosen von Fassait nach großen Monticelliten. In einer Druse beträgt ihre Größe 5 Centm. Die Form dieser in Fassait umgewandelten Monticellite ist trotz der durch die vorragenden kleinen neugebildeten Krystalle bedingten Rauheit der Flächen deutlich erkennbar, eine Combination von $e = \bar{P}2$, $s = \infty P$ und, mehr untergeordnet, $b = \infty P\infty$,

$k = P\infty$. Die Fig. 11, Taf. I versucht die seltsame Oberfläche dieser Krystalle darzustellen, welche aus einem regellosen Aggregate kleiner Fassaite bestehen. Durchbricht man diese merkwürdigen pseudomorphen Krystalle, so bemerkt man, daß sie eine schalen- oder rindenförmige Zusammensetzung haben. Es sind kluftähnliche Hohlräume vorhanden, welche annähernd den äußeren Umrissen des großen primitiven Krystalls parallel gehen. Der Kern dieser Pseudomorphosen besteht häufig aus Serpentin, welcher auch vielfach das Fassait-Aggregat durchdringt. Zuweilen stellt das Innere der Krystalle eine mit körnigem Kalke erfüllte kleine Druse dar. Monticellit war auf dieser Lagerstätte die älteste Bildung, später bildete sich Fassait theils in großen selbstständigen Krystallen, theils in den Formen des Monticellits. Die Fassaite sind ganz frisch in und neben den umgewandelten und ruinenartig zerstörten Monticelliten. Offenbar liegen hier an derselben Fundstätte zwei Erscheinungen verschiedener Art vor. Die Bildung des Serpentin's nämlich ist ein allmählich fortschreitender, durch Verwitterung und Wasseraufnahme bedingter Prozeß. Den Augit, (Fassait) aber kennen wir nicht auf Lagerstätten, welche die Annahme einer secundären Bildung auf nassem Wege gestatten. Die Zusammensetzung des in der Form des *Monticellits* auftretenden *Fassaits* lehrt folgende Analyse:

Spec. Gew. 2,960 (bei 13° C.).

Kieselsäure	47,69
Thonerde	7,01
Eisenoxydul	3,62
Kalk	24,57
Magnesia	16,10
Glühverlust	1,05
	<hr/> 99,94

Dieser Fassait stimmt demnach am nächsten mit einem solchen aus dem Zillerthale überein, für welchen Barthe (s. Dana, Mineralogy) folgende Zusammensetzung fand:

Kieselsäure	48,47	Thonerde	8,22	Eisenoxydul	4,30
Kalk	21,96	Magnesia	15,59	Glühverlust	0,73

Diese Pseudomorphose des Fassaits reiht sich der geringen Zahl der bereits bekannten Fälle an, in denen wasserfreie Silicate in der Form anderer Mineralien auftreten, Thatsachen, für welche nach dem heutigen Stande der Wissenschaft kaum eine Erklärung sich bietet. Es möge hier nur darauf hingewiesen werden, daß bei einigen der hierhin gehörigen Beispiele die chemische Zusammensetzung des die Form bedingenden und des pseudomorphen Minerals eine unverkennbare Beziehung zu einander besitzt. Wenn die Hülle eines Leucits aus Sanidin besteht, so dürfen wir vielleicht annehmen, daß die krystallisirende Masse zur Bildung etwas zu reich an Kieselsäure war (diese Ann. Bd. CXLVII, S. 271). Die Hornblendeprismen, welche die Augite des Uralitporphyrs des Viesena-Berges bei Predazzo bilden, stellen vielleicht nur eine Paramorphose des Augits dar. Auch zwischen Monticellit und Fassait ist in der chemischen Zusammensetzung eine gewisse Aehnlichkeit unverkennbar; beide sind wesentlich Silicate des Kalks und der Magnesia, jener ein Halbsilicat, der Fassait ein normales Silicat.

Das Vorkommen des *Anorthits* auf der Pesmeda-Alp verdient insofern ein besonderes Interesse, als dies Mineral in ausgebildeten Krystallen bisher in den Alpen noch nicht beobachtet wurde¹⁾; auch sein Auftreten auf Contact-Lagerstätten, das bisher nur auf wenige Punkte beschränkt war (z. B. als sog. Amphodelit zu Lojo in Finland). Der Anorthit findet sich theils in demselben kleinen Schurfe, welcher die Monticellitkrystalle liefert, theils und zwar in noch ausgezeichneterer Weise, wenige hundert Meter weiter gegen Norden auf demselben, die Schluchten Pesmeda und della Foja trennenden, schmalen Kamme.

Der Anorthit von Pesmeda besitzt ein ungewöhnliches Ansehen, so daß, da zudem die Flächen matt und die Krystalle stets mehr oder weniger verwittert sind, die krystallographische Bestimmung einige Schwierigkeiten bot, und

1) Anm. bei der Corr. Vor Kurzem hat indeß auch Prof. Tschermak Anorthitkrystalle aus dem Toal dei Rizzoni erwähnt, s. Verh. d. Geolog. Reichsanst. 1874, S. 37.

erst gelang, nachdem durch die Analyse die Mischung als Anorthit nachgewiesen worden war. Die Krystalle, welche 20 bis 25 Mm. Gröfse erreichen, bilden gewöhnlich rhomboëdische Prismen durch Vorherrschen der Flächen P und y . Meist sieht man nur das eine Ende dieser rhomboëdischen Prismen, indem sie mit dem andern, einer Fläche M , aufgewachsen sind. Die am Anorthit von Pesmeda (Fig. 12, 13, 14, Taf. I) beobachteten Flächen sind die folgenden:

$$P = (\infty a : \infty b : c); \quad 0P$$

$$h = (a : \infty b : \infty c); \quad \infty \bar{P} \infty$$

$$M = (\infty a : b : \infty c); \quad \infty \bar{P} \infty$$

$$t = (a : \infty b : 2c); \quad 2' \bar{P}' \infty$$

$$x = (a' : \infty b : c); \quad \bar{P}_1 \infty$$

$$y = (a' : \infty b : 2c); \quad 2, \bar{P}_1 \infty$$

$$e = (\infty a : b : 2c); \quad 2, \bar{P}' \infty$$

$$n = (\infty a : b' : 2c); \quad 2' \bar{P}_1 \infty$$

$$l = (a : b : \infty c); \quad \infty P'$$

$$T = (a : b' : \infty c); \quad \infty' P$$

$$f = (a : \frac{1}{3} b : \infty c); \quad \infty \bar{P} 3$$

$$z = (a : \frac{1}{3} b' : \infty c); \quad \infty' \bar{P} 3$$

$$p = (a' : b : c); \quad P$$

$$o = (a : b : c); \quad P_1$$

$$w = (2a' : b : 4c); \quad 4, \bar{P} 2$$

$$v = (2a' : b' : 4c); \quad 4, \bar{P}_1 2$$

Viele Krystalle bieten nur die Combination P , y , M , l , T , p , o , dar (s. Fig. 12, Taf. I) und erinnern, mit einem Ende der Makroaxe aufgewachsen und mit verwitterter Oberfläche, gar nicht an Anorthit. Flächenreichere Krystalle sind in den Fig. 13 und 14 dargestellt. Die Erkennung der Krystalle wurde auch dadurch sehr erschwert, daß in Folge beginnender Verwitterung die Spaltbarkeit wenig deutlich hervortritt. Es wurden an den Anorthiten von Pesmeda mit Hülfe aufgelegter Glastäfelchen etwa hundert annähernde Messungen ausgeführt und mit Hülfe derselben

jene oben angegebenen Flächen bestimmt. Die zufolge der unvollkommenen Flächenbildung nur angenäherten Messungen gestatteten indeß keinen Schluß in Bezug auf etwaige Winkel-Eigenthümlichkeiten dieses Anorthit-Vorkommens. Deutliche Zwillinge habe ich an diesen Anorthiten nicht wahrgenommen, wohl aber an mehreren Kry stallen eine durch eine Streifung auf der Fläche *M* — ähnlich gewissen Zwillingen des Anorthits vom Vesuv, nach vorne steiler abwärts neigend als die Kante *P:M* — angedeutete polysynthetische Zusammensetzung erkannt. Es wurden zwei Analysen des Minerals von Pesmeda ausgeführt:

I. ist ein lichtfleischrother, im Innern mit Bezug auf Härte und Spaltbarkeit noch ziemlich frisch erscheinender Anorthit, welcher von Chabasit, als secundärer Bildung, begleitet ist,

II. ist ein weißer, augenscheinlich schon sehr in der Verwitterung vorgeschrittener Anorthit.

	I.	II.
Spec. Gew.	2,686	2,812
Kieselsäure	41,18	40,17
Thonerde	35,55	33,51
Kalk	19,65	21,56
Wasser	2,77	4,66
	99,15	99,90

Auf Nachweis oder Bestimmung des in sehr geringer Menge vielleicht vorhandenen Natrons war die Untersuchung nicht gerichtet.

Reduciren wir beide Analysen auf 100, nachdem wir das Wasser in Abzug gebracht, so ergibt sich

	I.		II.	
Kieselsäure	42,73	Ox. = 22,79	42,18	Ox. = 22,49
Thonerde	36,88	= 17,22	35,18	= 16,43
Kalk	20,39	= 5,83	22,64	= 6,47
	100,00		100,00	

Bei I. ist die Sauerstoffproportion = 1,015 : 3 : 3,970

„ II. „ „ „ = 1,181 : 3 : 4,106

Der Anorthit I stimmt demnach trotz der durch den Wassergehalt sich verrathenden, bereits begonnenen Ver-

witterung noch sehr nahe mit der normalen durch die Formel $\text{Ca O, Al}_2\text{O}_3, 2\text{Si O}_2$ erheischten Mischung:

Kieselsäure 43,04 Thonerde 36,87 Kalk 20,09.

Diese Anorthite, sowie die oben beschriebenen Pseudomorphosen von Serpentin und Fassait nach Monticellit, welche eine so unverkennbare Analogie mit den pseudomorphen Olivinen von Snarum darbieten, bilden eine wohl nicht uninteressante Bereicherung der Mineralogie des Monzoni, eines der mineralienreichsten Berge der Erde.

82. Ueber die Zwillingbildungen der Krystalle des rhombischen Schwefels.

Es giebt drei Gesetze, nach denen sich die Krystalle des Schwefels zu Zwillingen verbinden. Wählen wir zur Grundform — wie es immer geschieht — dasjenige Octaëder, welches nach Mitscherlich mißt: in den brachydiagonalen Polkanten $106^\circ 38'$, in den makrodiagonalen $84^\circ 58'$, in den Lateralkanten $143^\circ 17'$, so erhalten wir für die jenen drei Gesetzen entsprechenden Zwillingsebenen folgende Ausdrücke:

I eine Fläche des verticalen Prisma's $m = (a:b:\infty c), \infty P$

II eine Fläche des Brachydoma's $n = (\infty a:b:c), \bar{P} \infty$

III eine Fläche des Makrodoma's $h = (a:c:\infty b), \bar{P} \infty$

So sehen wir zu den drei Zwillingsebenen die Grundform in einfachster Beziehung stehen; ein Verhalten, wie es wohl bei keinem anderen Mineral in gleicher Weise bekannt ist.

I. Die Zwillinge des ersten Gesetzes wurden von Seacchi aufgefunden (s. diese Mitth. No. 68, diese Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 349). Die autoptische Kenntniß dieser sehr seltenen Gebilde verdanke ich Hrn. Prof. v. Kobell, welcher mir eine Schwefelstufe mit solchen Zwillingen von Cattolica in Sizilien verehrte. Da diese Zwillinge zwar in fast allen Lehrbüchern angeführt, doch aber nur wenigen Mineralogen aus eigener Anschauung bekannt seyn dürften, so habe ich dieselben in Fig. 15, Taf. I dargestellt. Die Krystalle sind Combinationen der Grundform p

mit dem stumpfen Octaëder $s = (3a : 3b : c)$, $\frac{1}{3}P$, dem Brachydoma $n = (\infty a : b : c)$, $P \infty$ und der Basis oP . Diese Zwillinge sind in der Richtung der Zwillingssaxe d. h. normal zur Zwillingsebene verkürzt. Sie sind stets mit demjenigen Ende aufgewachsen, an welchem die Flächen p und s sich zu ausspringenden Winkeln begegnen würden. Daher ist stets nur dasjenige Ende sichtbar, an welchem die einspringenden, in Fig. 15 durch gestrichelt punktirte Linien angedeuteten Kanten erscheinen. Diejenigen Flächen s , welche zu einspringenden Kanten sich begegnen, sind stets von ansehnlicher Ausdehnung, während diejenigen, welche mit der Zwillingsebene in eine Zone fallen, nur sehr schmal sind. Noch ein fernerer, eigenthümlicher Unterschied krystallonomisch gleicher Flächen offenbart sich an diesen Krystallen. Sämmtliche Flächen nämlich, welche an die Zwillingsebene gränzen, sind etwas matt, während die anderen zuweilen zu einem horizontalen Prisma ausgedehnten Flächen p und die linearischen Flächen s sehr glänzend sind.

Es berechnen sich die einspringenden Kanten der Flächen $s : s = 163^\circ 6'$; der Flächen $p : p = 157^\circ 18'$.

Die Gröfse dieser Krystalle beträgt bis 6 Mm., ihre Farbe ist lichtbräunlich gelb. Sie sind aufgewachsen auf einem weissen krystallinischen Kalkstein, welcher Andeutungen einer concentrisch schaligen Structur zeigt. Fast ausnahmslos sind alle Krystalle, welche dicht gedrängt dieses Handstück bedecken, Zwillinge der geschilderten Art.

Die Angaben der Winkel der Schwefelkrystalle sind bekanntlich etwas verschieden. Die oben mitgetheilten Winkel der Grundform rühren von Mitscherlich her, während die von Scacchi gefundenen Werthe folgende sind

$$106^\circ 25'. \quad 85^\circ 7'. \quad 143^\circ 22'.$$

Unter Zugrundelegung dieser Winkel berechnete Scacchi jene einspringenden Zwillingsskanten $s : s = 163^\circ 21'$ und $p : p = 157^\circ 39' 50''$, welche mit seinen Messungen $s : s = 163^\circ 24'$ und $p : p = 157^\circ 33'$ nahe übereinstimmen.

An den mir vorliegenden Krystallen waren diese Winkel nicht genau meßbar.

II. Das zweite Zwillingsgesetz des Schwefels (parallel einer Fläche des Brachydomas $P\infty$) glaubte ich bisher unbekannt; doch verdanke ich Hrn. Prof. Kenngott die Mittheilung, daß bereits der hochverdiente Hr. Wiser in Zürich auf einer Schwefelstufe von Lercara (Friddi) einen Zwilling nach $P\infty$ beobachtete (s. Kenngott, Uebersicht mineralog. Forsch. 1856/57, S. 184).

Auf demselben oben erwähnten Stücke, welches von Kobell mir verehrte und welches fast ausnahmslos Zwillinge nach dem ersten Gesetze trägt, bemerkt man, unmittelbar verwachsen mit denselben, einzelne in Fig. 19 dargestellte Schwefelformen, deren Größe 4 bis 6 Mm. beträgt. Wie die Figur sogleich erkennen läßt, sind es Zwillinge parallel dem Brachydoma $n, P\infty$. Die Krystalle sind auch hier, gleich denjenigen des ersten Gesetzes, mit der Zwillingsebene verbunden und in hohem Grade symmetrisch. Sie sind aufgewachsen mit demjenigen Ende, an welchem die einspringenden Kanten liegen müßten, so bieten diese Zwillinge *nur* ausspringende Kanten dar und bilden insofern einen recht auffallenden Gegensatz zu den Zwillingen parallel ∞P . Bemerkenswerth ist es für die Krystalle Fig. 19, daß diejenigen Flächen n , welche der Zwillingsebene parallel gehen, entweder nur äußerst schmal sind oder ganz fehlen, während die zu jener Ebene geneigten Flächen n eine ansehnlichere Ausdehnung besitzen. Mit Ausnahme von ss sind alle Flächen glänzend, ohne indeß ganz genaue Messungen zu gestatten. Die berechneten Zwillingsskanten sind, unter Voraussetzung der Daten Mitscherlich's (M.) und Scacchi's (S.)

$p:p$ (verticale Kante)	=	95° 2' (M.),	95° 53' (S.)
$p:p$	=	130 45 (M.),	140 30½ (S.)
$s:s$	=	172 29½ (M.),	172 4½ (S.)
$n:n$	=	111 12 (M.),	110 44 (S.)

III. Weit merkwürdiger als die beiden genannten Gesetze, bei denen die Zwillingeindividuen sich durchaus symmetrisch berühren, ist das dritte, parallel $\bar{P}\infty$. Die Beschreibung eines Zwillinge nach diesem Gesetze bildete bereits den Gegenstand einer früheren Mittheilung (s. Fort. XII, diese Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 349 bis 353). Seitdem erhielt ich durch Hrn. Dir. Stöhr einen zweiten Zwilling dieser Art, welcher nicht nur als eine Ergänzung des früher geschilderten Krystalls von Interesse ist, sondern auch gewisse neue Erscheinungen darbietet: unter diesen namentlich die sogenannten unregelmäßigen Kanten (Kanten nicht homologer Flächen der Zwillingeindividuen), welche früher beim zweiten Typus des Humits beschrieben wurden. Durch diese ungewöhnliche Kantenbildung gesellt sich der in Rede stehende Zwilling zu den merkwürdigsten Gestaltungen des Mineralreichs.

Bei dem Studium jenes früher geschilderten Zwillinge parallel $\bar{P}\infty$ fanden wir, daß die Individuen sich mit einer zu einem rhombischen Prisma ausgedehnten Octaëderfläche begränzen. Eine solche Lage hat die Berührungsebene, wenn wir sie in ihrem Gesamtverlaufe betrachten. Verfolgt man aber den Gränzverlauf im Einzelnen, so zeigen sich manche Unregelmäßigkeiten, wie man sie gewöhnlich in denjenigen Zwillingeverwachsungen beobachtet, deren Individuen nicht zugleich mit der Zwillingeebene verbunden sind. Zwar im Allgemeinen geradlinig und krystallonomisch definirbar (als p), erscheint an jenem Krystall die Gränze auch in einzelnen Theilen regellos und mäandrisch hin und her irrend. Auch was den Gränzverlauf betrifft, giebt der jetzt zu schildernde Krystall neuen Aufschluß.

Der Zwilling ist, um eine vollkommene Anschauung zu gewähren, in drei Figuren 16, 16a, 16b und zwar in zwei schiefen und einer geraden Projection dargestellt. Zudem sind in Fig. 17 zwei Schwefeloctaëder in derjenigen Stellung gezeichnet, welche dem in Rede stehenden Zwillinge-gesetze entspricht. Man bemerke nämlich, daß beide Octaëder die Richtung ihrer Makroaxe gemeinsam und

außerdem eine brachydiagonale Polkante in paralleler und zwar verticaler Stellung haben. Die Abstumpungsfläche dieser Kante, eine Fläche des Makrodoma's, ist demnach Zwillingsebene. Dreht man das eine der beiden Octaëder um eine Linie, normal zu dieser Abstumpungsfläche, 180° , so kommt es in die Stellung des andern Octaëders. Letzteres könnte auch dadurch erreicht werden, daß man ein Octaëder gegen das andere $46^\circ 15'$ um die gemeinsame Makroaxe dreht. (Beide Octaëder sind übrigens genau gleich groß). — Die Fig. 17 bietet nun den Schlüssel zum Verständniß der Fig. 16. Die beiden zur verticalen Kante zusammenstoßenden Flächen p des rechten Octaëders entsprechen den zum verticalen Prisma ausgedehnten p -Flächen des rechten Zwillingseindivids Fig. 16, während man am linken Individ derselben Figur alle vier p -Flächen des linken Octaëders Fig. 17 wiederfindet. Um sowohl die hintere wie die vordere Seite des merkwürdigen Zwillings zur Wahrnehmung zu bringen, stellt Fig. 16a denselben 180° um die Verticalaxe gedreht dar. Endlich entspricht die gerade Projection 16b der Fig. 16. — Man bemerkt nun sogleich, und namentlich bei Betrachtung der graden Projection, daß die Individuen in der Zone des Zwillingseindivids nicht gleich innig verbunden sind, wie es bei jenem früher geschilderten Krystall der Fall war, daß vielmehr die Gränze der Individuen hier durch einspringende Kanten bezeichnet ist.

Prüfen wir nun den Verlauf der Individuengränze näher. Wenn wir durch die beiden einspringenden verticalen Zwillingseindivids eine Ebene legen, so geht dieselbe zwar annähernd parallel der Fläche b (dem Brachypinakoid). Die Gränze weicht aber, bald zur Rechten bald zur Linken springend, mehrfach aus dieser idealen Berührungsebene heraus. Die Individuen sind mittelst ebenflächig begränzter Fortwachsungen förmlich in einander gefügt. Wie man in Fig. 16 und besonders deutlich in 16b erkennt, fällt die Zwillingseindividsgränze, — wenn wir ihr, von der vordern einspringenden Verticalkante beginnend, über die

Zuspitzung folgen — auf eine kurze Strecke mit einer verticalen Fläche p zusammen. Dann greift mittelst einer kleinen Fortwachsung das (in Fig. 16, 16b) zur Rechten liegende Individ etwas zur Linken hinüber. Nun aber steigt der linke Krystall, seine Octaëderflächen entwickelnd über die Basis c des rechten empor. Die Gränze greift zur Rechten aus, entsprechend der einspringenden unregelmäßigen Kante $c:p$. Diese Kante ist, wie man sieht, von anderer Art wie die einspringenden Kanten des Zwillingings „parallel ∞P^a “, s. Fig. 15, welche durch homologe Flächen gebildet werden. So erreicht die Individuengränze eine Fläche p des rechten Individs, und läuft nun quer p und p trennend. Die so entstehende ausspringende Kante ist von besonderem Interesse: in den Octaëdern Fig. 17 habe ich die beiden Flächen, welche die genannte Kante bilden, mit kleinen Kreisen (der punktirte entspricht einer Fläche der Hinterseite) bezeichnet. Man erkennt nun leicht, daß die Kante dieser beiden Flächen in der Zwillingsebene liegt, in der Ebene des Makrodomas (s. Fig. 16b.) In der Kante $p:p$ begränzen sich die Individuen also in der That mit der Zwillingsebene. Die Gränze wird nun rückläufig und scheidet zwei nicht homologe Octaëderflächen, dann geht sie wieder auf eine sehr kurze Strecke quer, die Zwillingsebene bezeichnend. Nun steigt sie nach hinten hinab, p und c in unregelmäßiger, einspringender Kante scheidend, um schließlich wieder in eine verticale p -Fläche einzutreten. Wie man aus Fig. 16a ersieht, greift hier das eine Individ über das andere hinaus, während das rechte verticale p des linken Individs die Berührungsebene bildet.

Es ist bemerkenswerth, daß zunächst unter dem Scheitel des Zwillinggebildes, wo die kleine Fläche p gezeichnet ist (s. Fig. 16a), ein Stück abgesprungen ist, so daß man die unregelmäßige ausspringende Kante der beiden nicht homologen Flächen $p:p$ nicht deutlich wahrnimmt. In der Fig. 16a ist das kleine weggesprungene Stück durch

eine Schraffirung bezeichnet. Eine ganz ähnliche Verletzung zeigte auch jener erste Krystall, welcher von zwei vortrefflichen Modellen illustirt, jetzt in der Sammlung des sel. Hessenberg sich befindet. Nach der gewiß zutreffenden Ansicht meines verewigten Freundes liegt der Grund der leichten Verletzbarkeit an jener Stelle in einer abnormen molecularen Spannung begründet.

An unserm Zwilling sind die basischen Flächen c ($0P$) und einige der Flächen s ($\frac{1}{3}P$) matt, während die übrigen vortrefflich glänzend sind und genaue Messungen gestatten. In Folgendem stelle ich einige gemessene Winkel und zum Vergleiche die theils nach der Annahme Mitscherlich's, theils nach derjenigen Scacchi's berechneten Werthe neben einander.

$p : p$ (vord. vertic. Kante		M.	S.
des linken Ind. Fig. 16) =	$106^{\circ} 26'$	$106^{\circ} 38'$	$106^{\circ} 25'$
$p : p'$ (Lateralk. des link.			
Indiv. Fig. 16 a) =	143 32	143 17	143 $22\frac{2}{3}$
$s' : p$ (rechtes Ind. Fig. 16 a) =	153 32	153 29	153 $31\frac{1}{3}$
$p : p$ (eine der Scheitelkan-			
ten liegend in der Zwill-			
lingsebene) =	112 48	112 49	112 $40\frac{2}{3}$
$s' : p'$ (Fig. 16 a) =	114 34		

Die verticalen Flächen p des einen und die des andern Individs gehen einander vollkommen parallel, so daß sie nur Ein Bild geben. Der Zwilling besitzt in verticaler Richtung eine Länge von 10^{mm} bei einem Querdurchmesser, normal zur Fläche b , von 6^{mm} . Das Gesteinsstück, ein grauer Kalkmergel, von welchem der geschilderte Zwilling abgenommen wurde, trägt sonst nur einfache Krystalle, welche außer der gewöhnlichen Unsymmetrie in der Ausbildung der Flächen s noch die Anomalie zeigen, daß sie parallel einer brachydiagonalen Polkante ausgedehnt sind.

Hrn. Prof. Kenngott verdanke ich die Mittheilung,

daß nach dem Gesetze $\bar{P} \infty$ auch symmetrisch gebildete Kreuzzwillinge vorkommen. Die Fig. 18, nach einer mir von Kennigott gütigst gesandten Zeichnung stellt diesen Zwilling, von Lercara, Sizilien, welcher sich in der Sammlung des Hrn. Wisner befindet, dar. Die Zeichnung, eine gerade Projection auf die Fläche b (Brachypinakoid), wird ohne weitere Erklärung verständlich seyn.

Eine recht fremdartige Form des Schwefels, welche mir durch Hrn. Stürtz hieselbst mitgetheilt wurde, ist in Fig. 20 dargestellt. Es sind an einem Ende aufgewachsene rhombische Prismen, deren Ausdehnung in der Richtung der makrodiagonalen Axe erfolgt. Dieß Prisma, dessen Flächen zwar wegen rauher Beschaffenheit nur annähernd zu messen, aber durch ihre Combinationskanten mit $s = \frac{1}{3}P$ leicht zu bestimmen sind, ist $u = (a : \infty b : \frac{1}{3}c)$, dessen stumpfe, in der Verticalaxe liegende Kante $= 104^{\circ} 4'$ mißt.

83. Kalkspath aus dem Ahrenthal bei Brunneck in Tyrol.

Hr. Bergverwalter C. Fulterer zu Steinhaus im Ahrenthal zeigte mir im Herbste 1873 einen 15 Centim. großen Kalkspathkrystall, welcher durch seine ungewöhnliche Bildung und Flächencombination mein größtes Interesse erweckte. Von diesem Kalkspathgebilde (s. Fig. 21 und 21 a), einem der schönsten, welches in Ahren vorgekommen, entschloß Hr. Fulterer zu Gunsten unseres Museums sich zu trennen, so daß es mir möglich wurde, sämmtliche Flächen dieses Krystalls zu bestimmen, eine nicht ganz leichte Aufgabe, da derselbe wegen seiner Größe mittelst des Reflexionsgoniometers nicht gemessen werden konnte.

Sogleich als ich begann mittelst des Anlegegoniometers die herrschenden Formen zu bestimmen, erkannte ich, daß der Krystall wesentlich eine Combination der beiden Scaleoëder $\frac{2}{3}R2$ und $-4R\frac{5}{3}$ ist. Diese letztere Form, welche von Des Cloizeaux an Krystallen vom Oberen See, von Hessenberg selbstständig an Krystallen aus Island entdeckt und auch von mir an Krystallen vom Oberen See,

sowie später an denen aus dem Melaphyr der Nahe bestimmt wurde, ohne daß ich bereits Kenntniß jener Arbeiten hatte, — auch bei Ahren aufzufinden, gereichte mir zu großer Befriedigung. Leider war es Hessenberg nicht mehr vergönnt, dies neue und schönste Vorkommen des Scalenöeder — $4R\frac{5}{3}$, welches ihn so viel beschäftigt hatte, zu erblicken.

Der in Rede stehende Krystall ist eine Combination eines Rhomboëders, von sieben Scalenöedern — unter denen namentlich ein höchst seltenes — und einem Prisma:

$$4R = (\frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a : \infty a : c)$$

$$R\frac{19}{15} = (\frac{5}{2}a : \frac{5}{7}b : \frac{15}{19}a : \frac{5}{13}b' : \frac{15}{17}a : b : c)$$

$$R3 = (a : \frac{1}{4}b : \frac{1}{3}a : \frac{1}{5}b' : \frac{1}{2}a : b : c), r$$

$$R\frac{13}{3} = (\frac{3}{5}a : \frac{1}{6}b : \frac{3}{13}a : \frac{1}{7}b' : \frac{3}{8}a : b : c)$$

$$\frac{2}{3}R2 = (5a : b : \frac{5}{4}a : \frac{5}{7}b' : \frac{5}{3}a : \frac{5}{2}b : c), \omega$$

$$-2R2 = (a' : \frac{1}{5}b' : \frac{1}{4}a' : \frac{1}{7}b : \frac{1}{3}a' : \frac{1}{2}b' : c), x$$

$$-4R\frac{5}{3} = (\frac{3}{4}a' : \frac{1}{6}b' : \frac{3}{10}a' : \frac{1}{12}b : \frac{3}{16}a' : \frac{1}{4}b' : c)$$

$$-8R\frac{5}{4} = (a' : \frac{1}{11}b' : \frac{1}{10}a' : \frac{1}{15}b : \frac{1}{9}a' : \frac{1}{5}b' : c)$$

$$\infty P2 = (a : \frac{1}{2}a : a : \infty c), u.$$

Das Romboëder $4R$, das einzige an diesem flächenreichen Krystall und zwar mit vortrefflich glänzenden Flächen auftretende, scheint sich besonders gerne mit $-4R\frac{5}{3}$ zu associiren, wie es z. B. auch an den Krystallen des Oberen See's und von Island der Fall ist.

Die Form $R\frac{19}{15}$ ist von denjenigen Scalenöedern, welche die Lateralkante des Hauptrhomboëders zuschärfen, dasjenige von geringster Höhe. Es wurde von Zippe zuerst bestimmt an einem zollgroßen Krystall von Gersdorf bei Freiberg, an welchem es als zartgestreifte, doch meßbare Zuschärfungen der Polkanten des seltenen Rhomboëders $-\frac{1}{3}R$ erscheint (vergl. Zippe, Krystallgestalten des rhomboëdrischen Kalkhaloids, S. 58 und Fig. 24) und „durch genaue Messungen“ bestimmt werden konnte. Später wurde es von Hessenberg an einem Krystall von Bleiberg in Kärnthen in Combination mit R und dem seltenen $-4R$ beobachtet, endlich auch durch V. Hans Schnorr an

den oft wie geätzt erscheinenden Krystallen aus dem Melaphyr-Mandelstein von Zwickau. (Vgl. Schnorr, Studien an Mineralien von Zwickau, Programm d. Realschule zu Zwickau, Ostern 1874.)

Das Hauptscalenoëder $R3$ erscheint am Ahrener Krystall nur untergeordnet, doch mit glatten und glänzenden Flächen. — Noch untergeordneter tritt $R\frac{1}{3}$ auf. Dies Scalenoëder wird von Zippe aufgeführt nach Haidinger's Mittheilungen über einen Krystall von Derbyshire (Zippe, Combination 66, S. 52 und Fig. 91, an welchem $R\frac{1}{3}$ durch seinen Kantenparallelismus mit R einerseits, und mit $-2R\frac{2}{3}$ anderseits bestimmt wird. Später wurde die Form auch von Hessenberg an Krystallen von Island (Min. Not. VII, S. 2) aufgefunden; sie erscheint dort nur mit sehr kleinen Flächen. Die Bestimmung von $R\frac{1}{3}$ am Ahrener Krystall ist nicht zweifellos.

Die den Scheitel unseres Krystalls bildenden Flächen $\frac{2}{3}R2$ liegen in der Entkantenzone des Hauptrhomboëders und zwar zwischen den Flächen R und $-\frac{1}{3}R$. Unter den stumpfen Scalenoëdern dieser Lage ist $\frac{2}{3}R2$ das häufigste. Es wurde von Zippe aufgefunden, und erscheint (ω) in seinen Figg. 31 und 80 als Abstumpfung der Kante zwischen R und $-\frac{1}{3}R$; auch in Fig. 83 als herrschende Form des Scheitels. Hessenberg giebt $\frac{2}{3}R2$ als unsicher an einem Krystall aus dem Maderaner Thal an (Miner. Not. IV, S. 12), beobachtete dann dieselbe Form „mit zart angehauchten, aber dennoch spiegelnden Flächen, ausgezeichnet durch vielfachen Treppenwechsel“ an den Ahrener Krystallen. Ferner ist $\frac{2}{3}R2$ bekannt am Kalkspath von Island (Hessenberg, Min. Not. XI, S. 12, Fig. 20); von Arendal (diese Mitth. No. 19, Ann. Bd. 132, S. 528); vom Oberen See (diese Mitth. No. 76, Ann. Bd. 152, S. 19). Die Beschaffenheit der Flächen $\frac{2}{3}R2$ an unserem Krystall ist mit den eben wiederholten Worten Hessenberg's vollkommen zutreffend bezeichnet.

Den vier aufgeführten positiven Scalenoëdern stehen drei negative gegenüber; zunächst

— $2R2$, es ist unter den negativen Scalenöedern das häufigste, bereits Häüy bekannt. Es ist jene ausgezeichnete Form der Krystalle von Alston Moor (s. diese Mitth. No. 19, Ann. Bd. 132, S. 518, Fig. 11); auch beobachtet an denjenigen vom Oberen See (diese Mitth. a. a. O.); sowie von Hessenberg mit „sehr schön gebildeten Flächen“ an einem Krystall aus Ahren (Min. Not. IV, S. 13). An unserm großen Krystall sind die Flächen — $2R2$ gleichfalls sehr gut gebildet und konnten mit Sicherheit theils gemessen, theils durch Zonen bestimmt werden. Es stumpft nämlich — $2R2$ die Kante $\frac{2}{3}R2 : -4R\frac{1}{2}$ ab; außerdem sind die Kanten — $2R2 : R3$ beiderseits parallel, d. h. es schärfen die Flächen $R3$ die kürzere Polkante (X) von — $2R2$ zu, wie dies Verhältniß deutlich am untern Ende der Fig. 21 hervortritt. In Folge der treppenförmigen Ausbildung von $\frac{2}{3}R2$ verschmälern sich die Flächen — $2R2$ sprungweise in dem Maaße, als sie sich der stumpfern Polkante (Y) von — $4R\frac{1}{2}$ nähern.

In Bezug auf — $4R\frac{1}{2}$ — welches in so ausgezeichneter Weise an den Krystallen von Ahren erscheint — und „seine kleine Geschichte“ darf auf Hessenberg, Min. Not. XI, S. 15, verwiesen werden. An den Ecken dieses Scalenöeders mit $4R$ erscheinen nun stets zwei kleine dreiseitige Flächen; sie gehören der seltenen Form — $8R\frac{1}{4}$ an. Diese Form besitzt, wenn man den kleinsten Schnitt der horizontalen Axen in die Einheit bringt, d. h. mit dem a des Hauptrhomboeders identisch setzt, eine zehnfache Höhe wie R . Es ist demnach eine der spitzesten Kalkspathformen bisher nur ein einziges Mal beobachtet durch Zippe (s. dessen Fig. 66) und von ihm durch Kantenparallelismus bestimmt. Es werden nämlich an dem von Zippe dargestellten Krystall die kürzeren Polkanten (Y) von $R13$ zugeschärft durch die Flächen — $8R\frac{1}{4}$; welche außerdem die Kanten — $2R2 : \infty R$ abstumpfen. Es erscheinen demnach bei Zippe die kleinen seltenen Flächen als Rhomboide. Dies Scalenöeder — bei Des Cloizeaux $n = d^3 d^1 b^1$, bei

Miller 436 — ist eines derjenigen, welches die größte Differenz seiner beiderlei Polkanten aufweist. Es mißt nämlich zufolge der Berechnung Des Cloizeaux's $Y = 169^{\circ} 39'$, $X = 71^{\circ} 18'$, $Z = 129^{\circ} 3'$. Trägt man die Flächen unseres Krystalls in eine Linearprojection ein, so findet sich für $-8R_4^{\frac{1}{2}}$ folgende Zone:

$R3$ (rechts unten): $-8R_4^{\frac{1}{2}}$ (die zur Linken liegende):
 $-2R2$ (ebenso).

Diese Flächen sind in der Fig. 21 mit einem $+$ bezeichnet. Dieselbe Zone würde dann ferner zu der links oben liegenden Spaltungsfläche R führen.

Bei der an dem großen Krystalle schwierigen Bestimmung des Scalenöders $-8R_4^{\frac{1}{2}}$ unterstützte mich eine vortreffliche handschriftliche Arbeit meines Freundes Hensenberg, eine übersichtliche Zusammenstellung sämtlicher bisher bekannter (129) Scalenöder des Kalkspaths, geordnet nach ihrer Höhe¹⁾. Während $-8R_4^{\frac{1}{2}}$ das 116. in dieser Reihe, ist das Scheitelscalenöder $\frac{2}{3}R2$ das 8. Die Fläche des zweiten Prisma $\infty P2$ ist matt und parallel der Kante mit $R3$ gestreift. — Von den unmittelbar durch Betrachtung der Figg. 21 und 21a sich ergebenden Zonen mögen hier nur erwähnt werden: die Endkantenzone des Hauptrhomboëders $R_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} : R3 : R_3^{\frac{1}{3}}$, $\infty P2$.

Ferner: $4R : -4R_3^{\frac{1}{3}} : -2R2 : \frac{2}{3}R2$.

Sehr nahe in eine Zone fallen, resp. eine Pseudozone bilden die in der Fig. 21a mit einem kleinen Kreise bezeichneten Flächen: $4R$ (die zur Linken liegende Fläche) : $R_3^{\frac{1}{3}} : -4R_3^{\frac{1}{3}}$.

Obgleich die Figg. 21 und 21a alle beobachteten Flächen in ihrer natürlichen Ausdehnung zeigen, so geben sie doch nur eine unvollkommene Vorstellung des herrlichen Krystallgebildes, da sie nur die Flächen, nicht aber ihren eigenthümlichen Schimmer, den Lichtglanz und das aus dem Krystall hervorleuchtende Farbenspiel wieder-

1) Die umfangreiche, erst zum großen Theile vollendete Arbeit, welcher der Verewigte die letzten Wochen seines Lebens widmete, hoffe ich vollenden und dann zum Vortheile aller Fachgenossen, welche sich mit dem Kalkspath beschäftigen, herausgeben zu können.

geben können. Lebhaft glänzend sind nur die Flächen $R3$ und $4R$, sowie die sehr kleinen Flächen $R\frac{1}{2}$. Die andern sind gleichsam angehaucht und erhalten bei dem innern Lichtglanze des ganzen Gebildes ein gypsartiges Ansehen. Der Scheitel unseres großen Krystalls ist in eigenthümlicher Weise deform gebildet, wie es Fig. 21a (einem doppelt vergrößerten Abbild von Fig. 21) möglichst naturgetreu wiedergiebt. Die parallel ihrer kürzeren Polkante (X) gestreiften Flächen $\frac{2}{3}R2$ alterniren nämlich vielfach mit einander und bilden so eine treppenförmig aufsteigende stumpfe Scheitelpyramide. Der Krystall erhält dadurch eine sehr viel geringere Ausdehnung in der Richtung der Verticalaxe als ihm bei seiner horizontalen Ausdehnung sonst zukommen würde.

Eine eigenthümliche Erscheinung dieses Ahrener Krystalls sind mehrere denselben durchsetzende Trennungsflächen und zahlreiche oberflächliche, im Reflex lebhaft leuchtende Sprünge. Beide gehen den Spaltungsflächen parallel. Die größte jener Trennungsflächen ist in der Fig. 21a durch die Linie oo angedeutet. Sie entspricht einer den ganzen Krystall durchsetzenden Ebene und muß wohl als eine Unterbrechung des Wachsthum's gedeutet werden; zu ihren beiden Seiten ist die Durchsichtigkeit der Krystallmasse nicht vollkommen gleich. Auf jeder Fläche entspricht die Richtung der Linie o der Combinationskante der betreffenden Fläche mit der links oben liegenden Fläche des Hauptrhomboëders. — Die zahlreichen kürzeren Linien deuten jene oberflächlichen Sprünge an, welche mit sägeartiger Zähnelung etwa 1^{mm} in das Innere des Krystalls von der Oberfläche eindringen. Die Sprünge auf den beiden Flächen — $4R\frac{1}{2}$ (s. Fig. 21a), welche an die Prismenfläche $\infty P2$ gränzen, gehen parallel derjenigen Fläche R , welche rechts oben erscheinen würde; während die Sprünge auf der links am Rande liegenden Fläche — $4R\frac{1}{2}$ der vom Beschauer abgewandten Fläche R entsprechen. Mit Zwillinglamellen, wie man auf den ersten Blick wähnen könnte, haben diese Sprünge und Trennungsflächen Nichts gemein.

Ueber das Vorkommen des geschilderten Krystalls giebt die folgende Mittheilung des Hrn. C. Fulterer Aufschluß. „Der Kalkspath wurde am Rattenberge [im Prettau, dem oberen Theil des Ahrenthals, unfern des Großvenediger] in der untersten Grube St. Ignatz [auf Kupferkies bauend], auf einem Auslängen, 25 Klafter über der Thalsohle in einer Druse gefunden. Diese Druse wurde im J. 1861 beim Abbaue angefahren; dieselbe liegt im Chloritschiefer und war ungefähr 1 Kl. hoch und $\frac{1}{2}$ Kl. breit. Sie war leer und ihre Wandungen ringsum mit Krystallen bekleidet, und zwar waren es theils Quarze, von denen einige bis $2\frac{1}{2}$ Fuß Länge hatten, theils Kalkspathe, theils Kupfer- und Eisenkieskrystalle. Um diese Krystalle herum fand sich Chloritsand, der sich leicht entfernen liefs. Namentlich in der Sohle der Druse waren die Krystalle von Chloritsand bedeckt, konnten jedoch aus demselben leicht und ohne Brechzeug herausgezogen werden. Aehnliche Drusen sind auf der genannten Grube bereits mehrfach angefahren worden, meist indeß waren sie nur mit Quarz, Kupfer und Eisenkieskrystallen erfüllt. In der gleichen Höhe wie jene Druse von 1861 habe ich auch im J. 1865 in einem tauben Zuschlage eine Druse abgebaut; dieselbe war indeß kleiner und nur mit meist unansehnlicheren Kalkspathkrystallen erfüllt.“

An dem großen Krystall von Ahren tritt die Basis nicht auf; dennoch ist es gerade diese Fläche, welche gewissen andern Kalkspathgebilden desselben Fundorts ihr eigenthümliches Gepräge verleiht. Die Kalkspathtafeln von Ahren, welche sich trotz mancher Besonderheiten als einziges alpinisches Analogon den Maderaner Tafeln anreihen, sind durch Hessenberg bekannt geworden (Min. Not. IV, S. 13 u. 14), nachdem auch bereits Volger (Stud. z. Entwicklungsgesch. d. Min. S. 180) auf sie hingewiesen. Hessenberg schildert die seltsame Vereinigung tafelförmiger Gebilde und „scheitelspitzer Krystalle, welche äußerlich scharf geschieden innerlich nicht die geringste Trennung wahrnehmen lassen. Alles geht wie aus demselben Wuchs in einander über mit gleicher Frische, Wasserhelle und Spaltbarkeit, —

ja die Flächen, welche an der Anwachsgruppe auftreten, wiederholen sich unter gemeinsamer Spiegelung auf dem Rande des plattenförmigen Theils im Kleinen, obgleich umgekehrt von den Flächen oR , welche die Platten bilden, auf den Scheiteln keine Spur vorhanden ist.“ Hesselberg bestimmte zugleich an diesen Gebilden aufser der Tafelfläche: $\frac{2}{3}R2, R3, \infty P2, 4R, -2R2, Rn(n>3)$; ferner an Krystallen der Senckenberg'schen Sammlung noch: $-2R, -\frac{1}{2}R, -\frac{1}{4}R, R, \frac{1}{2}R, \frac{1}{4}R3, \infty R$.

Durch die Güte des Hrn. Fulterer erhielt ich auch von den tafelförmigen, auf derselben Lagerstätte (Drusen des Kupferkies-führenden Chloritschiefers) in Prettau vorkommenden tafelförmigen Krystallen ein ausgezeichnetes Exemplar, welches die Figg. 22 u. 22a darzustellen versuchen. Diese Ahrener Krystalle sind als „Fortwachsungen“ tafelförmiger Gebilde nach ganz anderm Typus zu bezeichnen. Auf den basischen Tafeln erheben sich nämlich flächenreiche Krystalle mit rhomboëdrischem Typus. Was mag die Ursache dieser plötzlichen Aenderung in der Krystallgestaltung gewesen seyn?

Das in Rede stehende tafelförmige Gebilde ist in hohem Grade verzerrt, die Flächen zum Theil gerundet, einige glänzend, andere matt; die Flächen des Hauptrhomböders in eigenthümlicher Weise drusig. Nimmt man hinzu, daß die Platte wegen ihrer Gröfse nur nach Ueberwindung mehrfacher Schwierigkeiten sich an's Goniometer befestigen liefs, so wird die Versicherung nicht überraschen, daß die Entzifferung der ganzen Gruppe mit großen Schwierigkeiten verbunden war. Nach Analogie der Maderaner Tafeln mit ihren unter Winkeln von $127^{\circ} 30'$ auftretenden Zweigtafeln glaubte ich, auch an der vorliegenden Stufe eine Zwillingbildung voraussetzen zu dürfen. Diese Vermuthung bewährte sich indefs nicht, vielmehr sind alle Theile der dargestellten Gruppe parallel verwachsen, so daß dieselben Spaltungsrichtungen durch die ganze Gruppe hindurchgehen. An derselben wurden folgende Formen bestimmt:

die Rhomboëder R , $-2R$, $-\frac{1}{2}R$, $-\frac{2}{3}R$, sowie die Scalenoëder $\frac{2}{3}R2$, $R3$ (s. oben).

$$R4 = (\frac{2}{3}a : \frac{2}{11}b : \frac{1}{4}a : \frac{2}{13}b' : \frac{2}{3}a : b : c)$$

$$-R\frac{2}{3} = (3a' : \frac{1}{2}b' : \frac{2}{3}a' : \frac{1}{3}b : \frac{2}{4}a' : b' : c)$$

sowie beide Prismen ∞R und $\infty P2$.

Unter den Rhomboëdern ist besonders $-\frac{2}{3}R$ erwähnenswerth. Von Zippe nur in einer einzigen Combination (s. Fig. 90) erwähnt, fand Hessenberg es auch an einem großen Krystall von unbekanntem Fundorte, sowie an einem solchen von Andreasberg (s. Min. Not. III, S. 11 u. 13). Ich beschrieb gleichfalls einen Krystall von dort mit den Flächen $-\frac{2}{3}R$ (s. diese Mitth. V. Forts. diese Ann. Bd. 132 S. 524). $R4$ wurde von Zippe nach Beobachtungen von Hausmann und Zippe aufgeführt; ich fand es an Krystallen von Alston Moor (s. diese Mitth. Forts. IX, Ann. Ergänzungsbd. V, S. 438).

$-R\frac{2}{3}$ ist eine seltene Form (Zippe), von mir früher an zwei Andreasberger Krystallen beobachtet (diese Mitth. IV. Forts. Ann. Bd. 132, S. 524 u. 535; Figg. 15 u. 21). Die Flächen dieses Scalenoëders bilden Zuschärfungen der Polkanten des ersten spitzen Rhomboëders $-R$, resp. Abstumpfungen der Combinationskanten $R : -2R$; außerdem ist es durch folgende Zone bestimmt $\frac{2}{3}R2 : -\frac{2}{3}R : -R\frac{2}{3}$ (s. Fig. 22 der zur Rechten stehende Scheitelkrystall).

Fig. 22 giebt ein etwa um das Doppelte vergrößertes annähernd naturgetreues Bild des merkwürdigen Kalkspaths. Ein vollkommenes Porträt liefs sich theils wegen vielfacher Flächenrundung, theils wegen unregelmäßigen Verzerrungen nicht wohl ausführen. Den in der Fig. 22a von Scheitelkrystallen freien Theil der Tafel oR muß man sich auch noch mit solchen, nur viel kleineren Gebilden bedeckt vorstellen, Fig. 22a giebt einige dieser Details in noch mehr vergrößertem Mafsstabe wieder.

Auf einer 7^{cm} langen, 4^{cm} breiten, 2^{mm} dicken Kalkspathplatte erheben sich demnach zwei grofse und viele kleinere Krystalle, welche mit ihrer Basis auf derselben ruhend, Fortwachsungen bilden und nur ein einziges kry-

stallonomisches Individuum mit ihr bilden. In einer höchst merkwürdigen Weise verbinden sich nun die beiden größeren, unmittelbar am Rande der Tafel sich erhebenden Scheitelkrystalle mit den Randflächen der Tafel selbst. Die zahlreichen Flächen ($R3$, $R4$, $\infty P2$, R) der rhomboëdrischen Fortwachsungen gehen nämlich unmittelbar in die Randflächen über. Dennoch aber macht sich eine Trennung bemerkbar, indem diejenigen Theile der genannten Flächen, welche dem Tafelrande angehören, glatt und glänzend, diejenigen aber, welche die Scheitelkrystalle bilden helfen, matt sind, wie es auch in der Fig. 22 schwach angedeutet ist. Es sind durchaus dieselben Flächen, welche in unserer Figur durch eine feine Linie geschieden, oben feinpunktirt und matt, unten glänzend sind. Es ist wohl bemerkenswerth, daß am Scheitel der rhomboëdrischen Fortwachsungen niemals die Basis erscheint. Ganz verschiedene Gestaltungsbedingungen müssen demnach bei Bildung der Tafel einerseits, der Scheitelkrystalle andererseits gewaltet haben. — Was die Flächenbeschaffenheit betrifft, so ist das Hauptrhomboëder uneben, etwas drusig, wenig glänzend, — $2R$ ist am vorzüglichsten gebildet, glatt und spiegelglänzend, — $\frac{2}{3}R$ ist ebenfalls glänzend, doch zuweilen namentlich in seinem oberen Theile zur Wölbung geneigt. Das Scalenoëder — $R\frac{2}{3}$ ist stark gewölbt. — Wie weit sind wir noch entfernt von einer Einsicht in die Bedingungen, unter denen der Kalkspath seine verschiedenen so ungewein wechselnden Formen ausbildete! An zahlreichen Punkten der Maderaner Tafel begann eine zweite Kalkspathbildung, deren flächenreiche rhomboëdrische Formen keine Spur der Basis zeigen und welche sämmtlich unter einander wie auch mit der Tafel ein einziges durch dieselbe Spaltung charakterisirtes Individuum bilden.

84. Ueber einen Quarzwilling mit geneigten Axen aus Japan.

Als ich die durch Hrn. Generalarzt a. D. Dr. Mohnick e hierselbst von den Sunda-Inseln und aus Japan mitgebrachten Mineralien durchsah, fand ich den Fig. 23 in dreifa-

cher natürlicher Größe dargestellten merkwürdigen Quarzzwilling, welchen Hr. Mohrnick in Hakodadi zum Geschenk erhalten hatte. Bei der Seltenheit der Quarzzwillinge mit geneigten Axen, sowie wegen gewisser Eigenthümlichkeiten verdient der dargestellte Krystall hier wohl eine eingehende Besprechung. Derselbe stellt sich als eine dünne Tafel von nur 2^{mm} Dicke dar. Zwillingsebene ist die Abstumpfungsfäche einer Endkante des Dihexaëders ($R, -R$)

$$\xi = (2a : a : 2a : c), P2.$$

Es fallen demnach in Ein Niveau je eine Prismenfläche der beiden Individuen und mit diesen liegen je zwei Dihexaëderflächen in einer Zone. Die Besonderheit unseres Zwillinges beruht darin, daß er von polysynthetischer Zusammensetzung ist, wie man aus den theils lichten, theils matten Partien der Prismenflächen ersieht. Dieselben sind ganz unregelmäßig vertheilt; es brechen die dunklen Partien namentlich am rechten Individuum als kleine isolirte Flecken hervor. Die Dihexaëderflächen zeigen, verschieden von den Prismenflächen, keine Zwillingflecken, auch kann man keinen Unterschied derselben weder in Bezug auf Glanz noch relativer Ausdehnung bemerken, woraus man das Haupt- von dem Gegenrhomboëder unterscheiden könnte. Alle sind vielmehr lebhaft glänzend, so daß hier die Annahme gestattet, daß, wie bei gewissen alpinen Zwillingen (s. G. Rose, Krystallisationssystem des Quarzes Abh. d. K. Ak. d. Wiss. Berlin 1844 Taf. III, Figg. 31, 32), die Zuspitzungen lediglich durch Flächen des Hauptrhomboëders gebildet werden. Da weder Rhomben- noch Trapezflächen vorhanden, so fehlt jedes krystallographische Mittel, die Art der Krystalle, ob rechte, ob linke zu ermitteln. In gleicher Weise kann für diese Gruppe die Frage nicht erhoben werden, ob die Individuen ihre Flächen R resp. $-R$ in symmetrischer oder in unsymmetrischer Stellung haben.

Von besonderem Interesse ist bei diesen Quarzzwillingen die Weise der Verbindung sowie die Ermittlung der Be-

rührungsebene. An unserm japanesischen Krystall erscheint an der Oberfläche die Gränze unregelmäßig zu verlaufen, indem (wie es die Fig. 23 andeutet) das rechte Individ über die Medianebene hinweg in einer dünnen Lamelle das linke überwächst. Ein gleiches Verhalten zeigt sich auf der abgewandten Seite; auch dort sendet das rechte Individ eine dünne Fortwachsung über das linke, so daß das letztere gleichsam in einen rinnenförmigen Einschnitt des rechten Individ sich einfügt. Untersucht man nun aber die Sache genauer, indem man die Lage des, von der Berührungsebene ausgehenden Reflexes, bestimmt, so findet man, daß jene Fortwachsungen nur die Oberfläche betreffen und daß im Innern eine ebenflächige Gränze parallel § d. h. der Abstumpungsfläche der verticalen Dihexäederkante vorhanden ist.

Nachdem wir den kleinen japanesischen Krystall kennen gelernt, wird es von Interesse seyn, wenn wir uns die ähnlich gebildeten Dauphinéer Krystalle bestimmter vergewärtigen. Die erste Kenntniß eines dieser Krystalle verdanken wir Ch. S. Weiss (Abb. d. K. Ak. d. Wiss. Berlin 1829, S. 81); eine genaue und scharfsinnige Untersuchung derselben brachte die Arbeit Sella's (*Studi sulla mineralogia Sarda, Memorie d. R. Acc. d. sc. Torino, serie II, T. XVII*). Ferner wurde die Kenntniß dieser seltenen Gebilde durch Des Cloizeaux gefördert; auch berichtete vor Kurzem Hr. Gonnard (*Soc. d'Agriculture, Histoire naturelle etc. de Lyon*, 1873) über einen merkwürdigen Zwilling dieser Art¹⁾; endlich erhielt ich durch Hrn. Maskelyne ausführliche Mittheilungen über die im britischen Museum befindlichen Dauphinéer Quarzzwillinge. Sella machte zuerst auf den Unterschied aufmerksam, welcher bei den Dauphinéer Zwillingen mit geneigten Axen hervortritt. Da die Individuen derselben nämlich Haupt-

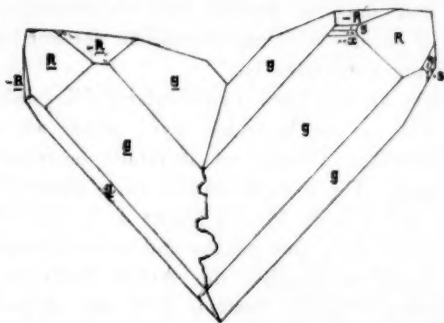
1) Einen interessanten Kreuzzwilling von Traversella beschrieb vor kurzem Prof. Websky (N. Jahrb. f. Miner. Jahrg. 1874, S. 128, Taf. III, Fig. 7). Die Zwillingegränze läuft in der oberen Hälfte der Gruppe ziemlich unregelmäßig, dagegen in der unteren Hälfte vorherrschend in der Richtung der gemeinamen Dihexäeder-Polkante. Etwas Näheres über die Zwillingaxe, ob parallel dieser Polkante oder einer Normalen zu §, liefs sich nicht ermitteln.

und Gegenrhomboëder deutlich unterscheiden lassen, so nimmt man wahr, daß entweder

A die Individuen (wo sie den scharfen Winkel von $84^{\circ}34'$ mit einander bilden) gleichnamige Rhomboëderflächen symmetrisch legen; — es laufen zwei ungleichnamige Rhomboëderflächen parallel, oder

B die gleichnamigen Rhomboëderflächen liegen unsymmetrisch und es gehen nun von den vier verticalen Flächen R , $-R$, \underline{R} , $-\underline{R}$ je zwei gleichnamige parallel.

Den ersteren Fall stellt die nebenstehende durch Prof. Maskelyne mir gütigst mitgetheilte Zeichnung dar, es ist

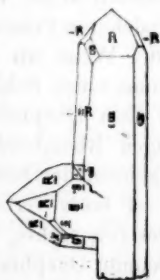


einer — und zwar der kleinste — der fünf im Britischen Museum befindlichen Dauphinéer Zwillinge. Beide zum Zwillinge verbundene Individuen zeigen einen sehr deutlichen Unterschied von Haupt- und Gegenrhomboëder; und ein Individuum ist noch dadurch bemerkenswerth, daß es die Flächen s ($2P2$) und x ($6P\frac{1}{2}$) trägt und sich dadurch als ein rechter Krystall (rechtsdrehend) erweist, während für den Charakter des andern Individs kein krystallographisches Kennzeichen vorliegt. Fragen wir nach der Zwillingungsaxe, d. h. derjenigen Linie, um welche gedreht das eine Individ in die Lage des andern kommt, so ergibt sich, daß dieselbe normal zu ξ , normal zur Verbindungsebene der Krystalle steht. Es berühren sich demnach in der vorliegenden Verwachsung die Individuen mit der Zwillingungs-

ebene. Der gewöhnlichen Erfahrung gemäß, daß die zum Zwilling verbundenen Individuen sich ebenflächig begränzen, wenn sie mit der Zwillingsebene sich berühren, dürfte man wohl voraussetzen, daß die Gränze über die in Ein Niveau fallenden Prismenflächen geradlinig herablaufe. Dies ist aber, wie die Zeichnung andeutet, nicht der Fall. Ein Gleiches findet statt im Bezug auf die vier andern Zwillinge gleicher Art, welche das Britische Museum besitzt. „Alle zeigen eine unregelmäßig gezähnelte Gränzlinie, welche in ihrem Verlauf den beiden Streifenrichtungen der betreffenden Fläche zu folgen strebt“ (Maskelyne). Auch der bewundernswerthe Krystall des Britischen Museums (*lo stupendo geminato*), von welchem wir Sella eine Darstellung verdanken (s. Figg. 55 und 56), besitzt — abweichend von Sella's Figur — eine gezähnelte Gränze; wie es sich auf einer porträtähnlichen Skizze Maskelyne's deutlich zeigt. — Einen dritten, gleich herrlichen Zwilling derselben Art im Britischen Museum findet man dargestellt in v. Kokscharow's Vorlesungen über Mineralogie S. 301. Auch an diesem liegen die gleichnamigen Rhomboëderflächen symmetrisch, und Zwillingsebene ist ξ , entsprechend demnach der Berührungsebene, dennoch ist der Verlauf der Gränze auf den tafelförmig ausgedehnten Prismenflächen durchaus unregelmäßig gezähnelte. Wenn wir auf die fünf Exemplare des Britischen Museums einen Schluß begründen dürfen, so befinden sich bei dem Dauphinéer Zwillinge vorherrschend die gleichnamigen Rhomboëderflächen in symmetrischer Stellung. An keinem der bisher erwähnten Zwillinge ist es in Bezug auf *beide* verbundene Individuen möglich, ihren Charakter (ob rechts; ob links?) zu bestimmen. Nur jener erstbekannte Dauphinéer Krystall, welchen Weifs (a. a. O.) beschrieb, gestattet in Bezug auf *beide* Individuen eine Ermittlung ihres Charakters nach der Lage ihrer Rhomben- und Trapezflächen. Schon Weifs hebt hervor, daß die Individuen *verschiedener* Natur sind und ihre homologen Flächen in symmetrischer Lage sich befinden.

Der zweite Fall, daß die gleichnamigen Flächen un-

symmetrisch liegen, findet sich vorzugsweise bei den Quarzen von Traversella, von denen Sella in seiner ausgezeichneten Arbeit die drei ihm bekannten Exemplare abbildet (s. auch Des Cloizeaux, Atlas Fig. 36). Wenn gleich nun auch diese Zwillinge eine Fläche ξ in paralleler Stellung besitzen, so kann doch nicht eine Normale zu dieser Fläche Zwillingsaxe seyn. Denn es gelingt nicht, durch Drehung um eine solche horizontale Axe das eine Individ in die Stellung des andern zu bringen. Vielmehr ist Zwillingsaxe die, beiden Individuen gemeinsame verticale Dihexaëderkante ($R : -R$). Für diese Modification der geneigtaxigen Zwillinge ist demnach die Zwillingssebene, normal zur Drehungsaxe, keine krystallonomische Fläche. An einen der drei von Sella dargestellten Zwillinge von Traversella sind (der Zeichnung zufolge) Trapezflächen vorhanden, welche gestatten die Natur eines jeden der verbundenen Zwillinge zu bestimmen. Es ergibt sich, dafs ein rechter Krystall mit einem linken verbunden ist. — Dafs auch im Dauphiné Zwillinge der zweiten Art, d. h. mit nicht symmetrischer Lage der homologen Rhomboëderflächen vorkommen, zeigt ein merkwürdiger Krystall, welchen



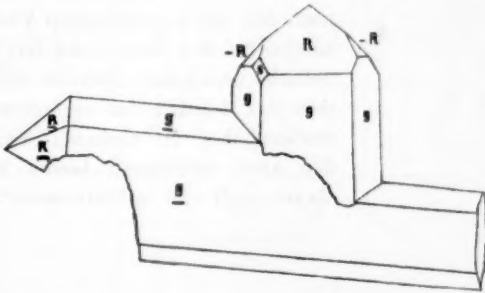
Hr. Gonnard (a. a. O.) beschrieb, und von welchem ich mir gestatte, die beifolgende Skizze nach der Figur Gonnard's zu geben. Der Krystall ist das einzige mir bekannt gewordene Beispiel einer unsymmetrischen Lage der homologen Flächen bei den Dauphinéer Zwillingen und ist auch dadurch von besonderem Interesse, dafs die Individuen von verschiedener Natur sind. Der grofse Krystall zeigt

die Rhomboëderfläche links unter R , ist also rechtsdrehend, am kleineren Krystall nehmen wir s und x rechts unter den Flächen R wahr, derselbe ist demnach linksdrehend. —

Die beiden von Sella bereits bestimmt unterschiedenen Fälle der schiefwinkligen Verwachsung des Quarzes mit paralleler Dihexaëderkante $R : -R$ lassen sich nicht unter

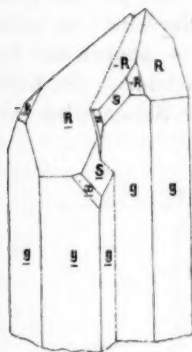
Einen Ausdruck begreifen. Wenn es bei Des Cloizeaux geschieht, indem beide Stellungen auf das Gesetz bezogen werden „*Plan de macle parallèle à ξ* “ so beruht dies auf der etwas allgemeineren Bedeutung, in welcher von den französischen Mineralogen das Wort *Plan de macle* genommen wird, im Vergleiche zu unserer „Zwillingssebene“. —

Alle bisher bekannt gewordenen Dauphinéer Zwillinge mit geneigten Axen scheinen lose zu seyn; die meisten sind verbrochen, erweisen sich als ursprünglich aufgewachsen mit der Zwillingssecke, zu welcher die Prismenkanten unter dem Winkel von $84^{\circ} 3'$ zusammenstoßen. Es dürfte demnach ein Dauphinéer Handstück wohl Erwähnung verdienen, welches der Kais. Telegr.-Dir. Hr. Richter zu Köln aus seiner Sammlung mir zeigte. Es ist eine jener bekannten prachtvollen Drusen von la Gardette. An einen der frei aufstrebenden Krystall wächst — ähnlich wie bei dem von Hrn. Gonnard dargestellten Gebilde — ein Zwillingsindividuum an. Die nebenstehende Skizze wird eine



Vorstellung dieses Zwillings geben. Der kürzere Krystall ist ein rechts drehender, über die Natur des andern war leider Nichts auf krystallographischem Wege zu ermitteln. Dies vorherrschende Individ wird in seinem Wachsthum gehemmt und endet gleichsam verkümmert, ohne eine Spur von Rhomben- oder Trapezflächen. Die Hemmung und Unterbrechung dieses Zwillingsindivids geschah durch einen herrlichen Zwillingsskrystall des gewöhnlichen Gesetzes

(Zwillingssebene die Basis, Drehungsaxe die Verticale). Die nach diesem Gesetze verwachsenen Individuen sind bekanntlich meistens zu Einem Krystall verbunden, so daß diese Zwillinge keine einspringende Kanten zeigen. Am Krystall des Hrn. Richter sind indess die beiden Individuen sowohl in der Zone der Prismenflächen als am Scheitel auf das Deutlichste durch einspringende Kanten geschieden. Beide Individuen zeigen außerdem ein Vorherrschen des Hauptrhomboëders über das Gegenrhomboëder, sowie an abwechselnden Ecken die schönsten Rhomben- und Trapezflächen, so daß in jeder Hinsicht dieser Zwilling eine ausgezeichnete Bestätigung der Theorie der Quarzkrystallisation bietet, wie sie von G. Rose ist aufgestellt worden.



Daß Zwillinge wie die nebenstehende Figur sie darstellt, im Dauphiné große Seltenheiten seyn müssen, besagen die Worte G. Rose's in seiner berühmten Arbeit: „Die Zwillingsskrystalle aus dem Dauphiné sind ganz nach Art der regelmäßigen Verwachsungen bei den Järschauer Krystallen gebildet und haben ebenfalls vollkommen das *Ansehen* von *einfachen Krystallen*; aber die Gränzen zwischen den zwei Individuen laufen in der Regel noch viel unbestimmter“.

Anmerkung 1. Am Schlusse der vorigen Forts. (XIII) dieser Mitth. (s. diese Ann. CLII, S. 39) theilte ich die chemische Zusammensetzung von vier Plagioklasen mit, welche constituirende Gemengtheile einiger andesitischen Trachyte des Hochlandes von Ecuador bilden. Zur Ergänzung jener Angaben und zur Charakterisirung einer Reihe von ausgezeichneten Trachyten (resp. Andesiten) mögen hier noch die Analysen der constituirenden Plagioklasse von sieben bemerkenswerthen Gesteinen und Lokalitäten eine Stelle finden.

Plagioklase (Kalknatronfeldspathe) aus Trachyten und Andesiten.

	Spec. Gew.	Kiesel- säure	Thonerde	Kalk	Kali	Natron	Summa	Kiesel- säure-Ges- amt des Gesteins
<i>Antisana</i> (Ecuador) aus Sphärolithlava .	2,598	64,27	22,30	3,12	2,11	7,90	99,70	77,01
<i>Perlenhardt</i> im Siebengebirge aus Sani- din-Oligoklas-Trachyt	2,576	62,18	23,52	5,33	nicht best.	(8,97)	100	64,56
<i>Conejos</i> in Colorado am Rio grande del Norte aus obsidianähnlichem Trachyt	2,631	61,88	24,18	4,79	2,50	6,95	100,30	63,73
<i>Toluca</i> (Mexico) aus Andesit	2,615	59,79	24,43	7,41	0,64	7,24	99,51	66,85
<i>Guagua-Pichincha</i> (Ecuador) aus dem rothen Gipfelgestein, Andesit . . .	2,647	58,15	26,10	9,05	nicht best.	(6,70)	100	62,99
<i>Tunguragua</i> (Ecuador) aus schwarzer an- desitischer Lava	2,627	57,80	26,75	9,05	nicht best.	(6,04)	100	61,48
<i>Insel Palma</i> (Canarien) aus Häuyn-füh- render Lava	2,694	55,64	28,89	10,92	0,71	5,09	101,15	54,11

Die in Klammern stehenden Zahlen bezeichnen diejenigen Natronmengen, welche — da nur eine Analyse wegen Mangels an Material ausgeführt werden konnte — aus dem Verluste bestimmt wurden.

Anmerkung 2. Bei dem hohen Interesse, welches die Krystallisation und die physikalischen Eigenschaften des Glimmers verdienen, erkenne ich es mit besonderem Danke an, daß Hr. Dr. Hintze mit Unterstützung des Hrn. Prof. Grothe in Straßburg sich einer genauen optischen Untersuchung des früher von mir gemessenen vesuvischen Glimmerkrystalls (s. d. Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 366) unterzog und mir darüber die folgende werthvolle Mittheilung sandte.

„Im VI. Ergänzungsbande, S. 366 dieser Annalen beschrieb Hr. Prof. vom Rath einen ausgezeichneten Glimmerkrystall vom Vesuv, der wegen der vorzüglichen Beschaffenheit seiner Flächen sehr genaue Messungen gestattete. Als Resultat derselben fand Hr. vom Rath eine Bestätigung seiner, auch von Hessenberg und v. Kokscharow getheilten Ansicht, daß das Krystallsystem des vesuvischen Magnesiaglimmers hexagonal sey, entgegen der Meinung von Des Cloizeaux, der das System für rhombisch erklärt.

Hr. vom Rath war nun so freundlich, mir den betreffenden Glimmerkrystall zu einer thermischen und optischen Untersuchung gütigst mitzutheilen.

Der Versuch, bei höherer Temperatur eine genügende Aenderung der Krystallwinkel zu beobachten, aus deren Richtung sich ein sicherer Schluss auf das Krystallsystem hätte ziehen lassen, mißlang, indem die Aenderung innerhalb der Gränzen von wenigen Secunden blieb, also nicht über den möglichen Beobachtungsfehler hinausging.

Bei der optischen Untersuchung erwies sich der Glimmer als zweiaxig, die Lage der optischen Axen bei rhombischer Aufstellung des Krystalls parallel dem Brachypinakoid; ihr Axenwinkel wurde gefunden für

Lithiumlinie	5° 16'
Natriumlinie	5° 49'
Thallium	6° 25'.

Nach der Erhitzung auf dem Goniometer wurde abermals der Winkel der optischen Axen gemessen, und nun gefunden für die

Lithiumlinie	6° 55'
Natrium	7° 28'
Thallium	7° 55'.

Es hatte also durch die höhere Temperatur eine bleibende Aenderung des Axenwinkels stattgefunden.

Des Cloizeaux giebt nun an, daß die erste optische Mittellinie normal zur Basis des Glimmers steht, wie es die Annahme des rhombischen Krystallsystems verlangt.

Dem widersprechen meine Beobachtungen.

Mit Anwendung des von Grothe in diesen Annalen Bd. 144, S. 53 beschriebenen Spiegelvorrückung wurde gefunden, daß die erste optische Mittellinie im Brachypinakoid nach vorn geneigt ist, in der Stellung des Krystalls, wie er von Hrn. vom Rath auf Taf. II, Fig. 24 zu Ergzbd. VI

dieser Annalen gezeichnet ist; und zwar bildet die Normale zur Basis mit der einen optischen Axe

für roth = $3^{\circ} 45'$

gelb = $4^{\circ} 19'$

grün = $4^{\circ} 33'$

mit der andern für roth = $3^{\circ} 10'$

gelb = $3^{\circ} 9'$

grün = $3^{\circ} 22'$.

Die Mittellinie der rothen Axen ist also am meisten nach vorn geneigt.

Bei der Erwärmung des Krystalls wurde nicht nur eine Aenderung des Axenwinkels, sondern auch der Lage der Mittellinien beobachtet.

Bei einer Temperatur von 178° bildete die Plattennormale mit der

einen optischen Axe $4^{\circ} 52'$

mit der anderen $3^{\circ} 29'$

$8^{\circ} 21'$

betrug also der optische Axenwinkel für gelb.

Nach dem Erkalten wurde gemessen

Winkel der Plattennormale		Winkel der
für	mit den optischen Axen	opt. Axen
roth = $4^{\circ} 53'$	und $3^{\circ} 10'$	$8^{\circ} 3'$
gelb = $4^{\circ} 59'$	$3^{\circ} 21'$	$8^{\circ} 20'$
grün = $4^{\circ} 46'$	$4^{\circ} 3'$	$8^{\circ} 49'$

Alle diese Beobachtungen lassen sich nicht mit der Annahme des rhombischen, geschweige hexagonalen Systems vereinigen, sondern beweisen das monoklinische System, wofür auch die ganze Ausbildung der Krystalle [nicht aber die Kantenwinkel] spricht. Von der Untersuchung einer größeren Anzahl von Glimmerkrystallen, die ich mir vorbehalte, wird die Bestätigung meiner Ansicht abhängen, die sich aber vorläufig nur auf die Beobachtungen an dem vorliegenden Krystall stützt."

Straßburg d. 7. Sept. 1874.

Dr. C. Hintze.

Auch Hr. Dr. Bauer, welcher durch optische und physikalische Untersuchung vieler Glimmer-Varietäten ein so großes Verdienst sich erworben hat, bestätigte an einem Fragmente jenes vesuvischen Glimmerkrystalls den monoklinen Charakter.

Erklärung der Tafel.

Fig. 1, 1a und 2. Drillingsähnliche Verwachsungen des Quarzes auf einem Kalkspath (Rhomböder $-\frac{1}{2}R$) von Schneeberg in Sachsen.

Fig. 3. Sechslingsgruppe von Quarz auf einem Kalkspath-Rhomböder $-\frac{1}{2}R$ von Reichenstein in Schlesien.

(Figg. 1 bis 4 gehören zu der Abhandlung der HH. Frenzel und vom Rath.)

- Fig. 4, 4a, 5, 5a, 6, 6a, 7, 7a. Pseudomorphe Krystalle des Serpentin nach Monticellit von der Pesmeda-Alpe, Monzoni, Tyrol.
- Fig. 8. Fassaitzwilling von Pesmeda.
- Fig. 9. Monticellit vom Vesuv.
- Fig. 10. Olivin vom Vesuv.
- Fig. 11. Pseudomorphose kleiner Fassaitte in der Form der Monticellits von Pesmeda.
- Fig. 12, 13, 14 Anorthite von Pesmeda.
- Fig. 15. Zwillingskrystall des Schwefels „Zwillingsebene eine Fläche des Prisma ∞P^* “, von Cattolica in Sicilien.
- Fig. 16, 16a, 16b. Zwillingskrystall des Schwefels „Zwillingsebene eine Fläche des Makrodoma's \overline{P}^∞ “. Berührungsebene unregelmässig.
- Fig. 17. Zwei Grundformen des Schwefels in Zwillingsstellung parallel einer Fläche des Makrodoma's, zur Erläuterung der Fig. 16, 16a.
- Fig. 18. Durchkreuzungszwilling des Schwefels parallel einer Fläche des Makrodoma's \overline{P}^∞ (nach einer Skizze von Hrn. Prof. Kenngott), von Lercara.
- Fig. 19. Zwillingskrystall des Schwefels „Zwillingsebene eine Fläche des Brachydoma's $P^\infty(n)^*$ “, von Cattolica.
- Fig. 20. Ungewöhnlich ausgebildeter Schwefelkrystall, aufgewachsen mit einem Ende der Makroaxe; Raccalmuto.
- Fig. 21, 21a. Großer Kalkspathkrystall von der Kupferlagerstätte am Rattenberg in Prettan, Ahrenthal. Herrschende Formen die Skalenoëder $-4R\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}R2$.
- Fig. 22. Tafelförmiger Kalkspathkrystall mit rhomboëdrischen Fortwachsungen (Scheitelkrystallen) von demselben Fundorte.
- Fig. 23. Zwilling von Quarz nach dem Gesetze „Zwillings Ebene eine Fläche (ε)“. Die zum Zwilling verbundenen Individuen sind von polysynthetischer Bildung.

IV. Ueber ein Verfahren zur Nachweisung der Extraströme auf elektroskopischem Wege;

von Dr. Fr. Fuchs,

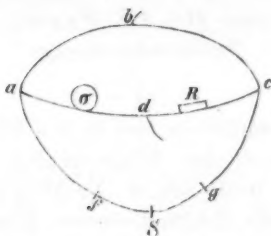
Privatdocent in Leipzig.

1. Im Anschlusse an eine in den Berichten der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften veröffentlichten Untersuchung¹⁾ theile ich im Nachfolgenden einige Erfahrungen über die elektroskopischen Wirkungen der Extraströme mit. Die Nachweisung und Messung der Gesamtspannung der Induction bietet in dem vorliegenden Falle einige Schwierigkeit, weil der inducirende und inducirte Vorgang nicht mehr, wie unter den Versuchsbedingungen meiner früheren Arbeit, in getrennten, sondern in einer und derselben Spirale verlaufen. Ist nämlich das eine Ende einer in einem Säulenkreise befindlichen Drahtrolle mit der Erde, das andere mit dem Goldblatte des Elektrometers verbunden, so entsteht bei der Schließung des Kreises eine dauernde Ablenkung, deren Gröfse den dem continuirlichen oder inducirenden Strome angehörigen Spannungsunterschied zwischen den Endpunkten der Spirale misst. Bei der Oeffnung schwingt das Goldblatt wieder in seine Ruhelage zurück. Durch diese Bewegungen werden die elektroskopischen Wirkungen der Extraströme verdeckt. Mittelst des folgenden Verfahrens kann man dieselben jedoch völlig befreit von der Einmischung des in derselben Rolle fließenden inducirenden Stromes zur Wahrnehmung bringen.

Von einer wohl isolirten Säule *S* geht eine Hauptleitung *afSgc* aus, welche sich bei *a* und *c* in die beiden Zweige *abc* und *adc* spaltet. Der Zweig *abc* ist eine

1) Sitzung am 29. Juni 1874. Dr. Fr. Fuchs, Versuch zur Bestimmung der Gesamtspannung und des Verlaufes der Spannung am freien Ende der abgeleiteten secundären Rolle. Vorgelegt von dem wirklichen Mitgliede G. Wiedemann.

mit einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd gefüllte Glasröhre von ungefähr 11 Cent. Länge, $3\frac{1}{4}$ Millim. Durch-



messer mit Elektroden von Kupfer; der Abschnitt ad ist eine größere, gewöhnlich mit Eisenkernen versehene Spirale σ ; dc enthält einen Rheostaten R , welcher ebenfalls aus einer Kupferlösung mit Zuleitern von Kupfer gebildet ist.

Ein Punkt der Strecke abc wird bei b durch einen in die Kupferlösung tauchenden Kupferdraht zur Erde abgeleitet; der zwischen der Spirale und dem Rheostaten gelegene Punkt d wird mit dem Goldblatte des Elektrometers verbunden. Die Unterbrechungsstelle des Säulenkreises liegt in der Hauptleitung bei f oder g .

Der Rheostat wird nun so gestellt, daß das Goldblatt bei geöffnetem und geschlossenem Kreise die gleiche Ruhelage hat. Dieser Fall tritt ein, wenn sich die Widerstände ab zu bc wie ad zu dc verhalten. Alsdann sind b und d für den von der Säule S gelieferten Strom Punkte gleicher Spannung und ist b zur Erde abgeleitet, so behauptet auch d bei geschlossenem wie bei offenem Kreise die Spannung Null.

Die hier geforderte Einstellung des Rheostaten kann leicht und mit großer Genauigkeit bewerkstelligt werden. Ist dieses geschehen, so beobachtet man gleichwohl im Augenblicke der Schließung und der Oeffnung rasch verlaufende Ausschläge; das Goldblatt kehrt nach einer kurz-

dauernden Schwingung in die ursprüngliche Ruhelage zurück.

In dem vorliegenden Falle sind es lediglich die Extrastrome, welche die Ausschläge verursachen. Der mit dem Goldblatte verbundene Punkt d bewahrt die Spannung Null nur hinsichtlich einer in der Hauptleitung, nicht aber hinsichtlich einer im Zweige adc befindlichen elektromotorischen Kraft. Während des inducirten Vorganges tritt bei d eine rasch bis zu einer gewissen Höhe anschwellende und dann wieder auf Null herabsinkende Spannung auf.

Die elektroskopische Wirkung der Extrastrome ist hier eine derartige, als wenn dieselben selbstständig in den sich darbietenden Kreisen bei Abwesenheit einer jeden anderen elektromotorischen Kraft zu Stande kämen. $abcd$ ist der Kreis für den Oeffnungsstrom. Der Schließungsstrom geht durch den Bogen adc , um sich alsdann auf die Zweige cba und $cgfa$ zu vertheilen.

Da somit die Kreise für die beiden Extrastrome nicht identisch sind, so könnte es auf den ersten Anblick befremden, daß die Gröfse des Schließungs- und Oeffnungsausschlages als gleich befunden wird.

Eine kurze Ueberlegung zeigt jedoch, daß es sich so verhalten muß.

Die durch den kurzdauernden Impuls der Induction hervorgerufenen Ausschläge sind dem Zeitintegrale der Spannung, welche successive an dem mit dem Goldblatte verbundenen Punkte des Kreises auftritt, proportional.

Es seyen nun $w_1, n \cdot w_1, w_2, n \cdot w_2$ die Widerstände der Abschnitte ad, dc, ab, bc ; demnach ist $n \cdot (w_1 + w_2)$ der Widerstand von dc und $(w + 1)(w_1 + w_2)$ der Widerstand des ganzen dem Extrastrome der Oeffnung sich darbietenden Kreises $adcbc$. Ist nun zu irgend einer Zeit E die augenblickliche elektromotorische Kraft der Oeffnungsinduction ¹⁾, so ist die Spannung S am Punkte d zu derselben Zeit

1) Anmerk. Bei Abwesenheit von Eisenkernen ist hier E dem Aus-

drucke $-P \cdot \frac{dJ}{dt}$ proportional, wenn man mit P das Potential der

$$S = \frac{n(w_1 + w_2)}{(n+1)(w_1 + w_2)} E = \frac{n}{n+1} E$$

und zwar ist E und damit S positiv oder negativ, je nachdem der Extrastrom in der Richtung adc oder in der Richtung cda geht.

Die GröÙe des Ausschlages A ist somit

$$A = \text{const.} \frac{n}{n+1} \int_0^t E \cdot dt,$$

worin t den ganzen Zeitraum der Induction, E die elektromotorische Kraft derselben als Function der Zeit bedeutet.

Sofern also nur das Zeitintegral der elektromotorischen Kraft sowie das Verhältniß $1 : n$ dasselbe bleibt, sind die Ausschläge unabhängig vom Widerstande des Kreises $adcb$.

Diese Betrachtung bezog sich zunächst auf die Oeffnungsinduction. Der Extrastrom der Schließung findet einen Kreis von geringerem Widerstand vor; denn das Hinzutreten des Boges $afgc$ ist einer Widerstandsverminderung des Bogens abc aequivalent. Man kann den Bogen $afgc$ entfernt und abc durch einen anderen Bogen von geringerem, aber durch die Erdleitung wieder im Verhältnisse $1 : n$ abgetheiltem Widerstande ersetzt denken.

Der Schließungsausschlag ist demnach ebenfalls ¹⁾

Spirale auf sich selbst, mit J die augenblickliche Stromesintensität in derselben bezeichnet.

- 1) Anmerk. Dieses Resultat ergibt sich auch in folgender Weise. Es sey E die augenblickliche elektromotorische Kraft der Schließungsinduction, es seyen i_1, i_2, i_3 zu derselben Zeit die Intensitäten des Extrastromes in $adc, abc, afgc$; es seyen $w_1, n.w_1, w_2, n.w_2, w_3$ die Widerstände von $ad, dc, ab, bc, afgc$. Die in dem gedachten Zeitmomente bei d herrschende Spannung S ist alsdann

$$1) S = n.w_1.i_1 + n.w_2.i_2.$$

Zur Bestimmung der Stromesintensitäten hat man ferner nach den Kirchhoff'schen Sätzen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & E - (n+1)w_1.i_1 - w_3.i_3 = 0 \\ \text{II)} \quad & E - (n+1)w_1.i_1 - (n+1)w_2.i_2 = 0 \\ \text{III)} \quad & i_1 - i_2 - i_3 = 0. \end{aligned}$$

$A = \text{const.} \frac{n}{n+1} \int_0^t E \cdot dt$ und da das Zeitintegral der elektromotorischen Kraft für die Schließungs- und Oeffnungsinduction von gleichem absolutem Werthe und entgegengesetztem Vorzeichen ist, so muß, wie der Versuch auch ergab, der Schließungs- und Oeffnungsausschlag der GröÙe nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt seyn.

Bei der speciell angewendeten Versuchsanordnung — sie möge mit I bezeichnet werden — war der Widerstand der vier Abschnitte des Zweigsystemes von gleicher GröÙe,

also $w_1 = w_2$, $n = 1$ und mithin $A = \text{const.} \frac{1}{2} \int_0^t E \cdot dt$.

Bei Anwendung einer großen mit zahlreichen Eisenkernen versehenen Spirale, 5 Daniell in der Hauptleitung, hatten die Ausschläge, natürlich nach Maßgabe der dem Elektrometer gegebenen Empfindlichkeit nur eine GröÙe von etwa einem Scalentheile. Bei Entfernung der Eisenkerne sank dieselbe sogar auf 0,2 herab.

Man kann die Ausschläge jedoch durch geeignete Stellung der Platten des Elektrometers und durch Verstärkung der mit den Platten verbundenen Säule in beliebiger Weise vergrößern.

Bei den Versuchen wurde das von Prof. Hankel

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt für i_1 und i_2 die Werthe:

$$i_1 = \frac{E}{(n+1)w_1} - \frac{E \cdot w_2 \cdot w_3}{(n+1)w_1[(n+1)w_1 \cdot w_2 + w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_3]}$$

$$i_2 = \frac{E \cdot w_3}{(n+1)[(n+1)w_1 \cdot w_2 + w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_3]}$$

Durch Substitution dieser Werthe für i_1 und i_2 in Gl. 1 erhält man

$$S = \frac{n}{n+1} E.$$

Der Schließungsausschlag ist somit

$$A = \text{const.} \int_0^t S \cdot dt = \frac{n}{n+1} \int_0^t E \cdot dt.$$

nach dem Princip des Bohnenberger's Fechner'schen Elektrometers construirte und in den Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften Bd. 3 beschriebene Instrument benutzt. Die beiden Platten sind mit den Polen einer in der Mitte abgeleiteten, aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Säule verbunden. Die Ausschläge werden an dem Ocularmikrometer eines Mikroskops bei 70facher Vergrößerung abgelesen.

Bei dem bisherigen Verfahren fand der Extrastrom der Oeffnung einen besonderen Kreis zur Abgleichung vor. Anders verhält es sich, wenn man den Abschnitt *bc* durch eine zweite Spirale ersetzt, welche die gleiche Beschaffenheit und eventuell die gleiche Zahl von Eisenkernen haben möge wie die in *ad* befindliche. Die Widerstände der vier Abschnitte *ab*, *bc*, *ad*, *dc* seyen wieder von gleicher Gröfse.

Bei der Anordnung II — so möge die zuletzt angegebene Disposition bezeichnet werden — bietet sich der Oeffnungsinduction zwar wieder der Kreis *abcd* dar; allein die elektromotorischen Kräfte der beiden Spiralen sind gegeneinander gerichtet, die Bildung eines Stromes kann nicht stattfinden.

Die Ausschläge verhalten sich jetzt so als wenn eine offene Rolle an dem einen Ende mit der Erde, an dem anderen mit dem Goldblatte verbunden wäre und von Aufsen eine Induction in derselben angeregt würde.

Die Formel der Oeffnungsausschläge ist daher

$$A = \text{const.} \int_0^t E \cdot dt.$$

Da sich die Oeffnungsinductionen der Anordnungen I u. II nur dem Verlaufe und nicht dem Zeitintegrale nach unterscheiden, so werden die Ausschläge jetzt doppelt so groß seyn wie die früheren.

Die Schließungsausschläge werden durch dieselbe Formel ausgedrückt, obwohl die elektroskopische Wirkung beim Entstehen des Stromes eine derartige ist als wenn

sich sowohl der in bc als auch der in ad angeregte Extrastrom durch den Bogen $cgfa$ abgleichen könnte.

Es sey zu irgend einer Zeit E die elektromotorische Kraft der Schließungsinduction der im Abschnitte bc befindlichen Spirale, es seyen w_1 und w_2 die Widerstände der Abschnitte dc und bc , i_1 und i_2 die Intensitäten der Extraströme in adc und abc ; dieselben mögen in den Richtungen adc und abc fließen. Geht man von dem zur Erde abgeleiteten Punkte b über c nach d fort und zählt die Zu- und Abnahme der Spannung auf, so erhält man für die zu derselben Zeit an dem mit dem Goldblatte verbundenen Punkte d herrschende Spannung S

$$S = E - i_2 w_2 + i_1 w_1.$$

In der Versuchsanordnung ist aber $w_1 = w_2$ und i_1 muß gleich i_2 seyn, da die beiden Spiralen die gleiche Beschaffenheit und die Zweige, in denen sie sich befinden, dieselbe Beziehung zu dem ganzen Leitersysteme haben. Also $S = E$.

Die Formel für den Schließungsausschlag ist mithin ebenfalls

$$A = \text{const.} \int_0^i E \cdot dt.$$

Die Schließungs- und Oeffnungsausschläge hatten auch bei der Anordnung II trotz der später zu erwähnenden Alternationen bei der Oeffnung gleiche Gröfse und entgegengesetzte Richtung.

2. Bisheran waren die Platten des Elektrometers mit den Polen einer in der Mitte abgeleiteten Säule verbunden; das Goldblatt stand in der elektrischen Mitte zwischen denselben. Ausschläge einer zweiten Art entstehen, wenn die eine der Platten zur Erde abgeleitet und die andere sowie das Goldblatt mit einem Punkte einer offenen oder geschlossenen Spirale verbunden wird.

Die letzteren Ausschläge sind dem Zeitintegrale des Quadrates der an dem gedachten Punkte auftretende Spannung proportional.

Um bei einfacheren experimentellen Bedingungen von der Einmischung des inducirenden Stromes absehen zu können, werden zunächst von den Versuchsanordnungen des vorigen Paragraphen abgesehen und angenommen, daß das freie Ende einer abgeleiteten secundären Spirale mit dem Elektrometer verbunden sey und die Induction in derselben durch Schließung und Unterbrechung des Kreises einer primären Rolle angeregt werde. Die Ausschläge erster (*A*) und zweiter (*B*) Art sind alsdann

$$A = k \int_0^t E \cdot dt$$

$$B = C \int_0^t E^2 \cdot dt.$$

Denkt man die Spannung des mit dem Goldblatte verbundenen Punktes der Rolle als Ordinaten auf die Zeit als Abscisse aufgetragen, so sind die Ausschläge der ersten Art dem von der Curve und der Abscisse begränzten Flächenraume, die Ausschläge der zweiten Art jedoch dem Producte aus dem Flächenraume und dem Schwerpunktsabstande (*R*) desselben von der Abscisse proportional, also

$$B = c \cdot R \int_0^t E \cdot dt^1).$$

- 1) Anmerk. Es sey $y = fx$ die Gleichung einer Curve. Der Inhalt des zwischen den Gränzen x_0, x_1 gelegenen Flächenstückes ist als-

dann gleich $\int_{x_0}^{x_1} fx \cdot dx$. Ist nun *R* der Abstand des Schwerpunktes

dieses Flächenstückes, ist *r* der Abstand eines Flächenelementes $dr \cdot dx$ von der Abscisse, ist *m* die Masse der Flächeneinheit, so besteht die Relation

$$R \cdot m \int_{x_0}^{x_1} fx \cdot dx = \int_{x_0}^{x_1} \int_0^{r=y} m \cdot r \cdot dr \cdot dx$$

woraus sich ergibt

$$2R \int_{x_0}^{x_1} fx \cdot dx = \int_{x_0}^{x_1} (fx)^2 \cdot dx.$$

Tritt in Folge des inducirten Vorganges abwechselnd positive und negative Elektricität im Goldblatte auf, schneidet also die Curve der Spannung mehrfach die Abscisse, so sind die Ausschläge der ersten Art der algebraischen Summe der einzelnen Flächenräume, die Ausschläge der zweiten Art dagegen der absoluten Summe der aus den Flächenräumen und den zugehörigen Schwerpunktsabständen gebildeten Producte proportional.

In Folge verschiedener Umstände tritt eine Formänderung der Curve ein, vermöge deren sich der Schwerpunktsabstand des Flächenraumes sehr erheblich vermindert, während der Inhalt desselben völlig oder nahezu derselbe bleibt.

Eine derartige Aenderung im Verlaufe der in der Nebenrolle beim Verschwinden des primären Stromes angeregten Induction läßt sich am Elektrometer nachweisen, wenn der Kreis der Hauptrolle zuerst in der gewöhnlichen Weise bei einfachem Schließungsbogen und wenn alsdann statt dessen nach dem bekannten Verfahren von Helmholtz eine gute zwischen den Polen der Säule angelegte Nebenleitung unterbrochen und geschlossen wird. So ergaben sich beispielsweise die folgenden Zahlen:

Ausschläge erster Art.

Schließung des einfachen Kreises $-8,7$; Schließung einer Nebenleitung $+7,8$
 Oeffnung „ „ „ $+8,8$; Oeffnung „ „ $-7,8$

Ausschläge zweiter Art.

Schließung des einfachen Kreises $1,3$; Schließung der Nebenleitung $0,5$
 Oeffnung „ „ „ $6,4$; Oeffnung „ „ $1,1$

Wird die secundäre Spirale durch einen unpolarisirbaren Leiter geschlossen, ein Punkt desselben mit dem Elektrometer, ein zweiter mit der Erde verbunden, so sind die Ausschläge erster und zweiter Art

$$A = k \frac{w}{W} \int_0^i E \cdot dt$$

$$B = C \frac{w^2}{W^2} \int_0^i E^2 \cdot dt,$$

worin w den Widerstand der zwischen den beiden genannten Punkten liegenden Strecke, W den Widerstand des ganzen secundären Kreises, die Nebenrolle mit einbegriffen bedeutet.

Giebt man demnach *et. par.* w zwei derartige Werthe, daß sich die Ausschläge erster Art wie 1 : 2 verhalten, so verhalten sich die Ausschläge zweiter Art wie 1 : 4.

Die Ausschläge erster Art sind denen des Galvanometers, die Ausschläge zweiter Art sind denen des Elektrodynamometer analog. Das Elektrometer ist jedoch in soweit universeller als es die Bestimmung der Stärke und des Verlaufes der Induction sowohl bei offener als geschlossener Rolle gestattet.

Auch die Ausschläge zweiter Art lassen sich durch eine passende Wahl der Plattenstellung auf eine beliebige, zur bequemen Beobachtung geeignete Größe bringen. Am zweckmäßigsten ist es, die Stellung der zur Erde abgeleiteten Platte zu variiren. Denn bei Annäherung der anderen Platte an das Goldblatt erreichen die Ausschläge bald ein Maximum und nehmen bei weiterer Annäherung wieder ab, so daß sich dieselben durch dieses Verfahren nur in geringer Breite verändern lassen.

3. Bei den Versuchsbedingungen des vorigen Paragraphen verliefen der inducirende und inducirte Vorgang in getrennten Spiralen. Entwickeln sich beide in derselben Rolle, so kann man sich, um die Ausschläge zweiter Art zu erhalten, zunächst der oben mit II bezeichneten Anordnung bedienen. In ad und bc befinden sich also zwei gleiche Spiralen. Der Punkt d wird mit dem Goldblatte und einer der Platten verbunden; die andere Platte ist zur Erde abgeleitet.

Selbst bei einer wenig empfindlichen Disposition des Elektrometers entstanden kräftige Oeffnungsausschläge. Die Schließung war jedoch durchaus wirkungslos.

In ausgesprochener Weise zeigte sich der Einfluß einiger den Verlauf der Induction mitbestimmender Umstände.

Wurden successive Eisenstäbe in die Rolle gelegt, so

nahmen die Oeffnungsausschläge zunächst bis zu einem Minimum ab, um alsdann bei weiterer Vermehrung der Stäbe wieder zu wachsen.

So ergaben sich die Zahlen

Ohne Eisenstäbe	6,5
Ein Stab in jeder Rolle	3,5
3 Stäbe	1,9
10 " " " "	1,5
30 " " " "	2,0
50 " " " "	2,9
70 " " " "	3,8
Ohne Stäbe	6,4

(Die Ausschläge erster Art nahmen dagegen bei successiver Einlegung von Eisenstäben lediglich zu.)

Die Verzögerung des Verlaufes durch die Nähe geschlossener metallischer Leiter war ebenso deutlich erkennbar, namentlich bei Abwesenheit der Eisenkerne.

So war der Ausschlag bei fehlenden Eisenkernen $6\frac{1}{2}$; wurden beide Spiralen mit Stanniol umwickelt, so sank derselbe auf $3\frac{1}{2}$.

Wurde die zweite Spirale aus dem Abschnitte *bc* entfernt und nach der ursprünglichen Anordnung I durch eine Strecke der Kupferlösung ersetzt, so fehlten nicht nur die Schließungs-, sondern auch die Oeffnungsausschläge.

Dieses Verhalten hat seinen Grund darin, daß die Stromesbildung jetzt im Kreise *abcd*a ungehindert von Statten geht und die Oeffnungsinduction daher in ähnlicher Weise wie die Schließungsinduction verläuft.

Die Ausschläge zweiter Art lassen sich übrigens auch bei Einschaltung der Spirale in einen unverzweigten Säulenkreis bestimmen. Das eine Ende derselben wird mit der Erde, das andere in der angegebenen Weise mit dem Elektrometer verbunden. Bei der Schließung verbreitet sich zwar Elektrizität von Seiten der Säule auf die Platte und das Goldblatt. Allein die Wirkung derselben ist in diesem Falle sehr schwach und hindert die Beobachtung der Oeffnungsausschläge nicht erheblich. Bei der Schließung

stellte sich beispielsweise das Goldblatt auf 0,9. Der von dieser Stellung an gerechnete Oeffnungsausschlag war 21½. Auch bei diesen Verfahren liefs sich der Einfluß des verschwindenden Magnetismus, der Nähe benachbarter Leiter auf den Verlauf der Induction erkennen. Die Ausschläge waren jedoch unstäter als die früheren.

V. *Ueber den elektrischen Leitungswiderstand der Luft; von A. Oberbeck.*

(Vorgetragen in der phys. Ges. zu Berlin den 26. Februar 1875.)

Bekanntlich erhält man bei den Metallen nahezu dieselben Zahlenwerthe für ihre relativen Leitungsfähigkeiten für Elektricität und Wärme. Das eine solche Uebereinstimmung bei Flüssigkeiten, welche durch den Strom zersetzt werden, nicht mehr vorhanden ist, hat Paalzow¹⁾ nachgewiesen. Dagegen könnte vielleicht bei Gasen wieder eine ähnliche Beziehung bestehen; wenigstens scheint der Wasserstoff die übrigen Gase an Leitungsfähigkeit für Wärme und für Elektricität zu übertreffen²⁾. Während aber die Widerstandsbestimmungen fester und flüssiger Leiter in neuerer Zeit zu eine Reihe gesicherter Ergebnisse geführt haben, ist bei den Gasen noch nicht einmal die Vorfrage entschieden, ob man den Durchgang der Elektricität durch dieselben unter gewissen Umständen (bei hoher Temperatur oder geringer Dichtigkeit) qualitativ

1) Berl. Monatsber. 1868, S. 49.

2) Die relativ gute Leitungsfähigkeit des Wasserstoffs für Wärme ist von Magnus experimentell nachgewiesen (Pogg. Ann. Bd. 112) und von Clausius theoretisch hergeleitet worden (Pogg. Ann. Bd. 115). Auf die relativ gute Leitungsfähigkeit für Elektricität lassen Versuche von Morren (Pogg. Ann. Bd. 130) schließen.

ebenso auffassen darf als bei festen Leitern¹⁾. Deshalb sind in einer der neuesten Arbeiten über den Durchgang der Elektrizität durch Gase Wiedemann und Rühlmann²⁾ ganz von den gewöhnlichen Methoden der Widerstandsbestimmung abgegangen und haben die Frage mit ganz andern Mitteln behandelt. So interessant nun auch die Ergebnisse dieser Arbeit sind, so lassen sich daraus nicht Schlüsse über den eigentlichen Leitungswiderstand ziehen, sondern nur über den Widerstand, welchen die Gase dem Beginn der Entladung entgegensetzen. Nun hat aber Hittorf³⁾ gefunden, daß bei geringen Dichtigkeiten der Gase der Widerstand des negativen Glimmlichts, d. h. der Widerstand an der Kathode den eigentlichen Leitungswiderstand des Gases weit übertrifft, daß dagegen bei größerem Druck hauptsächlich das positive Licht, d. h. das glühende vom elektrischen Strom durchflossene Gas die Schwächung des elektrischen Stromes bedingt. Daher darf man wohl unter gewöhnlichen Druckverhältnissen den Durchgang der Elektrizität durch ein Gas ebenso ansehen, als einen Durchgang durch feste Leiter.

Es schien mir von Interesse, diese Thatsache noch einmal festzustellen und dabei den Leitungswiderstand zunächst der Luft zu bestimmen. Zu diesem Zweck habe ich den Widerstand der Funkenbahn des Inductionsfunken untersucht. Zwar hat Koosen⁴⁾ bei einer ähnlichen Untersuchung den Widerstand von 1^{mm} der Funkenbahn so abhängig von verschiedenen Umständen gefunden, daß derartige Versuche bisher als nicht geeignet für den angegebenen Zweck erschienen. Dagegen ist es mir gelungen, mit einigen Modificationen zu so constanten Resultaten zu gelangen, daß ich nicht zweifle, daß die be-

1) Vergl. Wiedemann, Galv. 1872, I, S. 340.

2) Pogg. Ann. Bd. 145.

3) Pogg. Ann. Bd. 130, S. 27.

4) Pogg. Ann. Bd. 107, S. 193 bis 113.

Poggendorff's Annal. Bd. CLV.

nutzte Methode zur Vergleichung der Leitungsfähigkeit der Gase wird dienen können.

Ich komme zunächst zur Beschreibung der angestellten Versuche. Ein mit Stahlspitzen versehenes Funkenmikrometer war mit einem Galvanometer und mit einem Widerstande, welcher leicht verändert werden konnte, in den Kreis eines Inductionsstromes eingeschaltet. Als Widerstand diente eine enge Glasröhre (9,8^{mm} Querschnitt), welche mit verdünnter Kupfervitriollösung gefüllt war. Der spec. Widerstand dieser Lösung war dreimal so groß als derjenige einer concentrirten Lösung. Genaue Bestimmungen der Leitungsfähigkeit dieser Lösung sind zwar noch nicht bekannt. Doch kann man nach den vorhandenen Angaben ¹⁾ hiernach den Widerstand von 1^{cm} der Flüssigkeitssäule etwa gleich 600 S. E. annehmen. In den Kreis des inducirenden Stromes war eine Tangentenbussole eingeschaltet, an welcher jedesmal zwischen zwei Versuchen der inducirende Strom controlirt und hiernach durch Ein- oder Ausschalten von Drähten constant erhalten werden konnte. Als Unterbrecher diente der Wagner'sche Hammer des Inductionsapparates. Aenderungen in der periodischen Bewegung desselben gaben sich sogleich am Galvanometer zu erkennen und konnten daher beseitigt werden. Um alle hiervon herrührenden Fehler zu eliminiren, wurden alle Versuchsreihen mehrmals wiederholt und dann die Mittelwerthe genommen. Für das Galvanometer war durch Vergleich mit einer Tangentenbussole eine Tabelle angefertigt, aus welcher für jeden beobachteten Winkel die zugehörige Stromstärke (in willkürlicher Einheit) entnommen werden konnte. Nachdem die Apparate, wie eben beschrieben, zusammengestellt waren, wurde zuerst der Rheostat auf 0 gestellt, so daß in dem Inductionskreise nur der Widerstand des Inductionsapparates, des Galvanometers und des Funkens war. Dann wurde eine Funkenstrecke von 1^{mm} Länge hergestellt, der Unterbre-

1) Vergl. Wiedemann Galv. 1872, I, S. 332.

cher in Thätigkeit gesetzt und die bald constant werdende Gleichgewichtslage der Galvanometernadel beobachtet.

Nachdem die Funkenstrecke um 1^{mm} vergrößert war, wurde wieder beobachtet usw. Dann wurde die Stromrichtung umgekehrt und wieder in derselben Weise verfahren. Bei 9^{mm} etwa hörte die Funkenentladung auf und ging in Glimmentladung über. Die Galvanometernadel ging dabei auf 0 zurück, ein Zeichen, daß in diesem Fall nur noch ein verschwindend kleiner Bruchtheil der Elektrizität ausströmte. Die zweite und dritte Beobachtungsreihe wurde in derselben Weise erhalten, nachdem anfänglich die Widerstände 20^{cm} und 50^{cm} der Kupfervitriolröhre eingeschaltet waren. Das unmittelbare Ergebnis der Versuche ist in der Tabelle I zusammengestellt. Unter *F* sind die Funkenstrecken in Millimetern gegeben. Die Zahlen der Tabelle geben die Stromstärken für die Widerstände 0^{cm}, 20^{cm}, 50^{cm}.

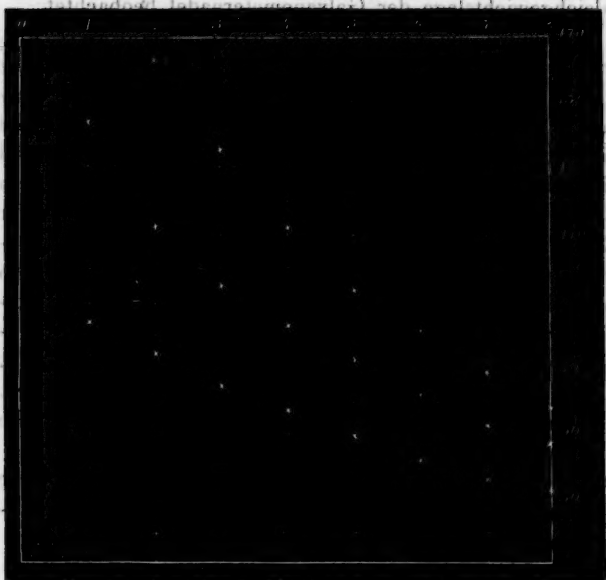
Nach dieser Tabelle sind die Curven (s. umstehende Figur) construirt, in welchen die Funkenstrecken Abscissen, die Stromstärken Ordinaten sind.

Tabelle I.

<i>F</i>	0 ^{cm}	20 ^{cm}	50 ^{cm}
1		144	84
2	162	112	74
3	135	95	65
4	112	83	58
5	93	72	49
6	81	62	42
7	69	52	37
8	57	47	34

Die gefundenen Zahlen sind zur Berechnung der Widerstände zu verwerthen. Wenn schon der Widerstand von Flüssigkeiten in hohem Maasse von ihrer Temperatur abhängt ¹⁾, so ist dies jedenfalls bei Gasen noch viel mehr der Fall. Da nun die Temperatur jedenfalls wieder durch

1) Vergl. hierüber besonders Kohlrausch, Gött. Nachr. 5. Aug. 1874, S. 408.



die Stärke des hindurchfließenden Stromes bedingt wird so muß auch der Widerstand von derselben abhängen. Eine Berechnung desselben nach dem Ohm'schen Gesetz aus zwei Versuchen bei verschiedenen Stromstärken führt, daher zu ebenso unbrauchbaren Resultaten als wenn man die Widerstände von Flüssigkeiten mit stark polarisirenden Elektroden aus zwei Messungen berechnen wollte, welche bei verschiedenen Stromstärken angestellt wurden. Um die Widerstände der Funkenbahn bei gleichen Stromstärken zu erhalten, wurden aus den drei Intensitätscurven diejenigen Abscissen (Funkenstrecken in Millim.) entnommen, die gleichen Stromstärken entsprechen. Dieselben sind in Tabelle II unter A zusammengestellt. Subtrahirt man dann die Funkenstrecke bei 20^{cm} Widerstand von der danebenstehenden bei 0^{cm} Widerstand, so erhält man die-

jenige Funkenstrecke, deren Widerstand bei der betreffenden Stromintensität $= 20^{\text{cm}}$ ist.

Ebenso wird für die beiden andern Reihen verfahren. Man erhält daher Reihen von Funkenstrecken, deren Widerstände resp. gleich 20^{cm} , 30^{cm} , 50^{cm} sind. Dieselben sind unter *B* gegeben.

Tabelle II.

i	A.			B.		
	0^{cm}	20^{cm}	50^{cm}	$= 20^{\text{cm}}$	$= 30^{\text{cm}}$	$= 50^{\text{cm}}$
140	2,8	1,1		1,7		
130	3,2	1,4		1,8		
120	3,7	1,8		1,9		
110	4,1	2,1		2,0		
100	4,7	2,7		2,0		
90	5,3	3,4		1,9		
80	6,1	4,3	1,4	1,8	2,9	4,7
70	6,9	5,2	2,4	1,7	2,8	4,5
60	7,8	6,2	3,7	1,6	2,5	4,1
50	—	7,5	4,9	—	2,5	—

Hieraus ergeben sich leicht die Widerstände von 1^{mm} Funkenbahn als Functionen der Stromintensität und ausgedrückt in Centimetern der als Widerstand dienenden Flüssigkeit. Dieselben sind in Tabelle III zusammengestellt.

Tabelle III.

i			
140	11,7		
130	11,1		
120	10,5		
110	10		
100	10		
90	10,5		
80	11,1	10,3	10,6
70	11,7	10,7	11,1
60	12,5	12,0	12,2
50	—	12,0	—

Die hier befolgte Art der Berechnung gewährt einen doppelten Vorthail. Einmal werden die Widerstände nur bei derselben Stromstärke verglichen. Ferner werden auf diese Weise etwa vorhandene Uebergangswiderstände, die jedenfalls auch von der Stromintensität abhängen, eliminirt, und man behält nur die Erhöhung des Widerstandes übrig, die bei gleichbleibender Stromintensität von der Verlängerung der Funkenstrecke herrührt.

Was nun die gefundenen Zahlen betrifft, so scheint es bemerkenswerth, daß dieselben verhältnißmäßig wenig von einander abweichen, während bekanntlich der äußere Anblick der Funkenerscheinung ein ganz anderer bei kürzeren als bei längeren Funken ist. Die Veränderung der Zahlen selbst findet ihre Erklärung, wenn man die wirkliche Länge der Funkenstrecken berücksichtigt, aus deren Differenzen die Widerstände berechnet wurden. Dem äußeren Anblick nach wächst der Querschnitt der Funkenbahn zuerst mit der Verlängerung der Funkenstrecke bis zu einem Maximum, das etwa bei 3 bis 5^{mm} erreicht wird. Von da ab nimmt derselbe wieder ab. Bei mittlerer Funkenlänge muß also der Widerstand von 1^{mm} Bahn am kleinsten seyn. Bei größeren Funkenstrecken und kleineren Stromintensitäten findet dann eine Zunahme des Widerstandes statt, welche zum Theil von der Verkleinerung des Querschnitts herrührt.

Somit ist wohl der Beweis geliefert, daß es möglich ist, die Zahlenwerthe für den Widerstand glühender Luftstrecken ebenso gut festzustellen, wie für feste oder flüssige Leiter. Die nächste Aufgabe wird darin bestehen, die Untersuchung auf andere Gase auszudehnen. —

Berlin, den 2. März 1875.

VI. Ueber die Absorption und Brechung des Lichtes in metallisch undurchsichtigen Körpern; von W. Wernicke.

(Aus den Monatsberichten d. Berl. Akad. Nov. 1874.)

Vor einigen Jahren hat Hr. Christiansen für die Brechungsexponenten alkoholischer Fuchsinlösungen Zahlenwerthe angegeben, welche mit stetig wachsender Schwingungszahl für die rothen Strahlen des Spectrums stark zunehmen, für die blauen zuerst abnehmen und dann wieder zunehmen. Diesen eigenthümlichen Gang der Dispersion hat Hr. Kundt bald darauf an verschiedenen Lösungen anderer Farbstoffe beobachtet, welche sämmtlich dadurch ausgezeichnet sind, daß sie die verschiedenen Strahlen des Spectrums in sehr ungleichem Grade absorbiren. Für die Strahlenparthien der stärksten Absorption (beim Fuchsin die grünen) ist es indeß nicht nur nicht gelungen, die Brechungsexponenten zu ermitteln, sondern es herrschen selbst über den ungefähren Verlauf dieser Gröfsen die allerverschiedensten Ansichten. Hr. Kundt wagt keine bestimmte Vermuthung darüber auszusprechen, ob jene Strahlen im Absorptionsmaximum mit einem Sprunge ihren Brechungsindex ändern, oder ob die kleinen Brechungsindices auf der einen Seite continuirlich in die grofsen auf der andern übergehen, so daß sie im Absorptionsmaximum einen mittleren Werth haben. Hr. Ketteler nimmt eine sprungweise Aenderung an; derselbe hat sogar ¹⁾ eine empirische Formel angegeben, welche „das specifische Gesetz der anomalen Dispersion“ darstellen soll. Hr. Sellmeier ²⁾, welcher abgesehen von einem resultatlosen Versuche des Hrn. O. E. Meyer ³⁾ es unternommen hat, die anomale Dispersion theoretisch zu erklären, stellt eine

1) Pogg. Ann., Jubelband. S. 166.

2) Pogg. Ann. CXLV, 399, 520 und CXLVII, 386, 525.

3) Pogg. Ann. CXLV, 80.

Formel auf, welche eine sprungweise Aenderung der Brechung anzeigt, glaubt aber durch Annahme einer Nebenabsorption, die eine von der Hauptabsorption verschiedene Ursache haben soll und durch die Formel nicht dargestellt wird, einen allmählichen Uebergang ableiten zu dürfen. — Die Ansichten über anomale Dispersion, welche in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Hr. v. Lang und Hr. Puschl¹⁾ geäußert haben, stehen mit den Beobachtungen im vollen Widerspruche.

Im Folgenden erlaube ich mir, einige Resultate einer vor sechs Jahren begonnenen Untersuchung mitzutheilen, welche die vorliegende Frage und einige andere, mit derselben verwandte, wie ich meine, entscheiden. Ich glaube, daß die richtige Beantwortung jener Fragen Einiges für den weitem Ausbau der Theorie des Lichtes beitragen wird.

Versuche über die numerische Bestimmung der Absorption des Lichtes in Metallen oder metallisch undurchsichtigen festen Körpern sind bis jetzt nicht veröffentlicht. Ich habe durch Methoden, deren ausführliche Mittheilung ich mir vorbehalte, sowohl die Extinctionscoëfficienten wie die Brechungsindices des Silbers und verschiedener organischer Farbstoffe bestimmt. Die leitenden Grundgedanken jener Methode sind etwa folgende:

Die Intensität des durchgehenden Lichtes ist gleich der des auffallenden, vermindert um den durch Reflexion und den durch Absorption entstehenden Verlust. Um den letzteren allein zu erhalten, ist es erforderlich, zwei Schichten von ungleicher Dicke, aber sonst völlig gleicher Beschaffenheit anzuwenden. Außerdem müssen die zur Untersuchung der Absorption verwendbaren Schichten so stark seyn, daß bei der dreifachen Dicke nicht merklich Licht mehr hindurchgeht, weil verschieden dicke Schichten auch bei völliger Gleichheit der Oberflächen und des Innern wegen der Interferenz der an den Gränzflächen reflectirten Strahlen ungleiche Lichtmengen durchlassen.

1) Sitzungsber. d. Wien. Akad. 1873, 9. Jan.

Da zufolge dieser durchaus nothwendigen Bedingungen möglichst intensives Licht erforderlich ist, so habe ich als photometrischen Apparat ein Meyers tein'sches Spectrometer mit Vierordt'schem Doppelspalt gewählt. Die Breite jeder Spaltöffnung konnte mittelst einer Mikrometerschraube, deren Umgang $\frac{1}{2}$ Mm. betrug, und der hunderttheiligen Trommel derselben bis auf etwa $\frac{1}{300}$ Mm. genau abgelesen werden. Giebt man der einen Spalthälfte die Breite von 100 Einheiten ($\frac{1}{3}$ Mm.), setzt die stärkere zweier homogener Platten des zu prüfenden Körpers davor, und vor die andere Spalthälfte die dünnere, so giebt die Breite dieser Spalthälfte, nachdem beide Lichtmengen gleich gemacht sind, unmittelbar die Lichtmenge in Procenten an, welche eine der Dickendifferenz beider Platten gleich starke Schicht hindurchläßt. Das Beobachtungsfernrohr des Spectrometers hatte zwölffache Vergrößerung, im Ocularrohr diente $\frac{1}{4}$ Mm. breiter, genau nach der Krümmung der Fraunhofer'schen Linien gearbeiteter Spalt zur Ablendung des fremden Lichtes; der untersuchte Spectralbezirk umfaßte etwa die dreifache Breite der *b*-Gruppe.

Durch Methoden, welche ich an anderer Stelle mittheilen werde, habe ich eine scharfe Trennungslinie der beiden zu vergleichenden Spectralfelder erreicht, so daß die Einstellung fast mit derselben Sicherheit wie bei unbedecktem Doppelspalt bewerkstelligt werden konnte.

Die Bestimmung der Brechung und Dispersion habe ich auf die Messung der Absorption basirt. Diese Methode setzt nur die Unabhängigkeit der Extinctionscoefficienten vom Einfallswinkel voraus, liefert aber gleichzeitig das Mittel, jene Voraussetzung an den Beobachtungen zu prüfen. Diese haben mir gezeigt, daß bei isotropen Körpern die Abhängigkeit der Absorption von der Incidenz, wenn überhaupt vorhanden, doch jedenfalls sehr gering ist. Scheinbar widersprechen diese Resultate zwar der Theorie, denn Beer hat ¹⁾ aus der Cauchy'schen Re-

1) Pogg. Ann. Bd. 92, S. 402.

flexionstheorie für den Brechungsindex ν und den Extinctionscoefficienten γ die Ausdrücke $\nu^2 = n^2 + \sin^2 i$ und $\gamma^2 = g^2 + \sin^2 i$ abgeleitet, welche, da i den Einfallswinkel, n und g die Werthe jener Gröſsen für normale Incidenz bedeuten, sehr beträchtlich mit dem Einfallswinkel variiren. Die den Beer'schen Rechnungen zu Grunde liegenden Annahmen scheinen mir indess unzulässig; berücksichtigt man dieselben nicht, so sind auch der Theorie zufolge Brechungsindices und Extinctionscoefficienten nur unmerklich mit dem Einfallswinkel veränderlich.

Bedeutet k die durch eine Schicht von der Dicke der Einheit durchgehende Lichtmenge, die auffallende nach Abzug der reflectirten gleich 1 gesetzt, so ist k' die Intensität nach der Durchstrahlung einer gleichartigen Schicht von der Dicke d und Ak' diese Intensität mit Berücksichtigung des Reflexionsverlustes. Setzt man diese Schicht vor die eine Spalthälfte, welche die Breite b haben möge, so ist die ganze in den Spalt eintretende Lichtmenge $b \cdot Ak'$. Hat die zweite Schicht die Dicke d_1 und die andere Spalthälfte die Breite b_0 , so ist $b_0 \cdot A \cdot k'$ die in diese eintretende Lichtmenge. Da man der Beobachtung zufolge beide gleich macht, so ist $b \cdot A \cdot k' = b_0 \cdot A \cdot k'$ oder

$$\frac{b}{b_0} = k'^{-d}.$$

Bei einem Einfallswinkel i ist die in die eine Spalthälfte eintretende Lichtmenge $b \cdot B \cdot k^{\frac{d}{\cos r}}$, die in die andere eintretende $b_1 \cdot B \cdot k^{\frac{d_1}{\cos r}}$, wenn b_1 die Spaltbreite, B den Reflexionsfactor für den Einfallswinkel i , r den zu i gehörigen Brechungswinkel bedeutet. Demgemäſs ist für den Einfallswinkel i das Verhältniß der Spaltbreiten

$$\frac{b}{b_1} = k^{\frac{d_1 - d}{\cos r}},$$

beim Einfallswinkel 0° $\frac{b}{b_0} = k^{d_1 - d}$, woraus sich

$$\cos r = \log b_0 : \log b_1$$

und der Brechungsindex $n = \sin i : \sin r$ auf die einfachste Weise ergibt.

Die Bestimmung der Brechungsindices ist hiernach leichter auszuführen als die der Extinctionscoefficienten, weil man nicht nöthig hat, die Dickendifferenz der beiden Schichten zu kennen, deren genaue Messung besondere Methoden erfordert.

Die folgenden drei Tabellen enthalten die Resultate dreier Reihen von Versuchen, welche ich zur Bestimmung der Brechungsindices und Extinctionscoefficienten des festen *Fuchsin*s angestellt habe. Dieser Farbstoff nämlich steht in Bezug auf die Stärke der Absorption der grünen Strahlen den Metallen am nächsten und zeigt gleichzeitig die Erscheinung der anomalen Dispersion am ausgeprägtesten. Die beiden ersten, mit b_0 und b_i überschriebenen Columnen geben die gemessenen Spaltbreiten für die Einfallswinkel 0° und $i = 60^\circ$ an, die dritte die aus den drei Größen i , b_0 und b_i in der eben angegebenen Weise berechneten Brechungsindices, die vierte die zugehörigen Wellenlängen in Milliontel-Millimetern. Die letzte Verticalreihe der dritten Tabelle enthält die arithmetischen Mittel.

Tabelle I.

b_0	b_i	n	λ
0,160	0,135	2,113	598
0,128	0,106	2,168	581
0,101	0,080	2,062	571
0,078	0,054	1,930	562
0,077	0,053	1,878	550
0,077	0,049	1,855	541
0,077	0,049	1,855	532
0,077	0,047	1,754	522
0,077	0,045	1,572	512
0,128	0,081	1,506	489
0,135	0,085	1,487	483
0,192	0,109	1,374	469
0,240	0,134	1,229	460
0,344	0,223	1,232	454
0,435	0,321	1,272	448
0,482	0,370	1,275	443
0,528	0,427	1,310	438

Tabelle II.

b_0	b_1	n	λ
0,542	0,515	2,290	598
0,438	0,417	2,595	581
0,392	0,364	2,595	571
0,343	0,318	2,364	562
0,329	0,293	2,035	550
0,320	0,280	1,944	541
0,324	0,268	1,675	532
0,329	0,271	1,653	522
0,340	0,280	1,632	512
0,415	0,352	1,601	489
0,440	0,367	1,507	483
0,499	0,428	1,509	469
0,556	0,468	1,368	460
0,659	0,574	1,309	454
0,730	0,639	1,225	448
0,744	0,669	1,282	443
0,749	0,681	1,314	438

Tabelle III.

b_0	b_1	n	Mittel n	λ
0,600	0,581	2,476	2,293	598
0,529	0,501	2,214	2,326	581
0,482	0,456	2,461	2,372	571
0,422	0,394	2,204	2,164	562
0,383	0,350	2,136	2,016	550
0,368	0,334	2,094	1,964	541
0,370	0,336	2,094	1,875	532
0,372	0,327	1,858	1,755	522
0,382	0,332	1,778	1,661	512
0,445	0,388	1,671	1,593	489
0,457	0,395	1,597	1,530	483
0,517	0,436	1,426	1,436	469
0,570	0,463	1,267	1,288	460
0,655	0,538	1,186	1,242	454
0,736	0,635	1,174	1,224	448
0,752	0,657	1,180	1,246	443
0,768	0,695	1,262	1,295	438

Die Zahlen der ersten Verticalreihe in jeder Tabelle bestimmen die Intensität des absorbierten Lichtes innerhalb einer Schicht, deren Dicke gleich der Differenz der beiden verglichenen Schichten ist. Abgesehen von einem constan-

ten Factor, dessen Bestimmung ich an anderer Stelle mittheilen werde, geben die negativen Logarithmen dieser Zahlen also die Extinctionscoefficienten des festen Fuchsins. Dieselben sind keineswegs identisch mit den Extinctionscoefficienten des Fuchsins in Lösungen. Zwei Unterschiede sind besonders bemerkenswerth. Erstens ist die Absorptionsbande beim festen Körper an beiden Gränzen schärfer als bei den Lösungen; zweitens habe ich die größten Extinctionscoefficienten der grünen Strahlen beim festen Fuchsin etwas kleiner, die andern größer gefunden als bei den Lösungen, so daß die ganze Absorptionsbande bei der festen Substanz geringere Unterschiede der Extinctionscoefficienten darbietet.

Die Brechungsindices des festen Fuchsins für rothe und violette Strahlen lassen sich direct durch prismatische Ablenkung bestimmen. Es ist nicht schwieriger, kleine Prismen aus der festen Substanz herzustellen, als so starke planparallele Schichten, daß die Interferenz der an den Gränzflächen reflectirten Strahlen mit den einfach durchgehenden nicht mehr störend wird. Mittelst eines kleinen Prismas von festem Fuchsin, dessen brechender Winkel $32' 18''$ betrug, fand ich durch Messung des Minimums der Ablenkung für die Fraunhofer'schen Linien $A, B, C; G, H$ folgende Zahlen für die Brechungsindices:

$$n(A) = 1,73$$

$$n(G) = 1,31$$

$$n(B) = 1,81$$

$$n(H) = 1,54$$

$$n(C) = 1,90$$

Das durch das Prisma entworfene Spectrum bestand aus einem sehr intensiven rothen und einem weit schwächeren violetten Lichtstreifen; letzterer verschwand vollständig durch Einschalten einer dünnen Jodsilberschicht, welche das Licht zwischen G und H absorbirt, zwischen F und G aber durchläßt; er konnte daher nur Strahlen, brechbarer als G , enthalten. Die Linien A und B waren deutlich, C, G, H zweifelhaft.

Die Beziehungen, welche die Brechungsindices und Absorptionsconstanten der Metalle zur Theorie des Lichtes haben, haben mich bewogen, diese Größen für Silber zu ermitteln. Dies Metall, welches unter allen bekannten Körpern das größte Reflexionsvermögen hat, löscht Licht von jeder Wellenlänge noch kräftiger aus als Fuchsin die grünen Strahlen. Die zu meinen Versuchen verwendeten Silberschichten waren so stark, daß die Dickendifferenz der beiden Vergleichsschichten höchstens den dritten Theil der Stärke der dünnern betrug; sie hatten eine solche Cohäsion, daß man mit einem Federmesser kleine Drehspähne abhobeln konnte. Durch ein besonderes Verfahren sind beide auf derselben Glasplatte befestigt, haben gleiche Structur und Politur, und eine haarscharfe Trennungslinie, welche nur im durchgehenden Lichte bemerkbar ist.

Die folgende Tabelle enthält die an drei Plattenpaaren gemessenen Intensitäten des bei normaler Incidenz und einem größeren (am Eingange der zweiten Verticalreihen angegebenen) Einfallswinkel durchgehenden Lichtes. Jede Zahl ist das Mittel aus etwa 20 Beobachtungen.

Tabelle IV.

	I.		II.		III.	
	0°	60°	0°	80°	0°	75°
<i>C</i>	0,287	0,281	0,672	0,663	0,565	0,557
<i>D</i>	0,275	0,265	0,659	0,650	0,553	0,550
<i>E</i>	0,272	0,267	0,643	0,637	0,551	0,541
<i>b</i>	0,272	0,265	0,646	0,640	0,552	0,544
<i>F</i>	0,273	0,260	0,642	0,636	0,552	0,542
<i>G</i>	0,262	0,250	0,636	0,626	0,550	0,532
<i>G</i> — $\frac{1}{4}$ <i>H</i>	0,260	0,245	0,630	0,615	0,540	0,526

Zufolge der Versuchsreihe I variiren die Brechungsindices zwischen $G - \frac{1}{4}H$ und *C* von 3,02 bis 4,76; zufolge II von 3,13 bis 5,18 und nach III von 3,39 bis 4,40. Da der Unterschied in der Intensität des bei 0° und des bei großen Einfallswinkeln durchgelassenen Lichtes nur sehr

gering ist, so haben die für die Brechungsindices gefundenen Zahlen nicht dieselbe Genauigkeit wie die des Fuchsins. Sie beweisen aber, wie ich meine, unwiderleglich, daß die Bestimmung der Brechungsindices der Metalle aus der Cauchy'schen Reflexionstheorie, wie sie von Cauchy angedeutet, von Beer, v. Ettingshausen, Eisenlohr ausgeführt wurde, völlig unzulässig ist. Diese Forscher haben die Brechungsindices des Silbers aus dem durch die Beobachtung gegebenen Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth berechnet und dieselben kleiner als 1, zum Theil sogar kleiner als $\frac{1}{2}$ gefunden. Selbst bei geringem Wachsen des Einfallswinkels würden jene kleinen Werthe eine sehr bedeutende Verminderung des durchgehenden Lichtes erfordern, während dieselbe in Wirklichkeit so gering ist, daß man sie nur mit den besten Mefssapparaten unter Anwendung der größten Sorgfalt überhaupt bestimmen kann. Für große Einfallswinkel beträgt der Unterschied der beobachteten und der nach jener Theorie berechneten Werthe mehr als das 50fache.

Die in der Tab. IV enthaltenen Zahlen zeigen zugleich, daß die Abhängigkeit der Absorption vom Einfallswinkel, wenn überhaupt vorhanden, doch jedenfalls so gering ist, daß sie unter der Gränze der Beobachtungsfehler liegt. Die oben erwähnten, von Beer aufgestellten Formeln, welche ein beträchtliches Wachsen des Brechungsindex sowohl wie des Extinctionscoëfficienten mit dem Einfallswinkel verlangen, widersprechen der Erfahrung. Weit auffallender wird dieser Widerspruch bei den kleinen Brechungsindices des Fuchsins und einiger anderen Farbestoffe, an denen ich jene Formeln geprüft habe.

Die Werthe für die durchgehenden Lichtintensitäten zeigten keine merklichen Unterschiede, wenn statt des natürlichen Lichtes polarisirtes angewendet wurde; Extinctionscoëfficienten und Brechungsindices sind daher unabhängig von der Schwingungsrichtung.

und
echtes
über
anten
Licht
n die
deten
erenz
Theil
e Co-
ähne
sind
leiche
ungs-
ist.
aaren
und
reihen
Jede

75°

0,557
0,550
0,541
0,544
0,542
0,532
0,526

ungs-
in-
folge
4,40.
des bei
r sehr

**VII. Ueber die Temperaturveränderungen, welche
beim Uebergange des elektrischen Stroms von
einem Metalle zum andern hervortreten;
von Dr. Heinrich Buff.**

Neben der Wärmeerregung, welche der elektrische Strom in einem jeden Leiter bewirkt, den er durchdringt, zeigt sich bekanntlich noch ein anderer Temperatureffect an der Uebergangsstelle des Stroms von einem Metalle zu einem anderen. Diese Erscheinung unterscheidet sich aber von der zuerst genannten sehr bezeichnend dadurch, daß sie nicht bloß als eine Erwärmung, sondern auch als eine Abkühlung der Berührungsstelle beider Metalle auftreten kann. Dieselbe ist, wie man weiß, zuerst von Peltier schon im Jahre 1834 beobachtet, aber nicht erklärt worden.

Gelegentlich einer Erwähnung derselben in den Annalen hat Poggendorff¹⁾ darauf aufmerksam gemacht, daß die Erscheinung in engem Zusammenhange mit der Thermo-Elektricität stehen müsse, denn Erwärmung über die bestehende oder durch einen elektrischen Strom erzeugte Temperatur trete an der Löthstelle zweier ungleichartigen Metalle immer nur dann auf, wenn der erzeugende galvanische Strom von dem (im Sinne der thermo-elektrischen Spannungsreihe) positiven zum negativen Metalle, z. B. vom Antimon zum Wismuth gehe; bei umgekehrter Stromrichtung aber, also bei der Bewegung der Elektricität vom negativen zum positiven Metall zeige sich Abkühlung. Es bilde sich demnach im Schließungsdrahte immer eine thermo-elektrische Erregung, deren Richtung derjenigen des circulirenden hydro-elektrischen Stroms entgegengesetzt sey.

Weitere Abhängigkeitsbeziehungen der Peltier'schen Entdeckung blieben lange Zeit unbekannt, bis diese im

1) Diese Ann. Bd. 43, S. 327.

Jahre 1853 zuerst von Quintus Icilius¹⁾ und bald nachher von Frankenheim²⁾ zum Gegenstande eingehender Studien gemacht wurde.

Das Versuchsverfahren des zuerst genannten Gelehrten bestand im Allgemeinen darin, daß er einen galvanischen Strom von bekannter Stärke während der Zeit von 30 Sekunden durch eine thermo-elektrische Säule aus Antimon- und Wismuthstäben leitete. In Folge dessen wurden in den geraden und ungeraden Löthstellen der Säule entgegengesetzte Temperaturveränderungen hervorgerufen, deren Wirkungen ähnlich wie die des erzeugenden Stromes, nach der Unterbrechung des letztern galvanomotrisch geprüft werden konnten. Aus dem jedesmaligen Verhältnisse beider Stromeffecte folgert Quintus Icilius, *daß die Temperaturunterschiede der geraden und ungeraden Löthstellen von der Erwärmung der Metalle an sich unabhängig bleiben und daß sie im geraden Verhältnisse stehen zur Stärke der erzeugenden Ströme.*

Quintus Icilius hielt die nach seinem Verfahren gewonnenen Resultate für unabhängig von der Erwärmung der Metalle an sich, weil es dabei nur auf die Temperaturen der Löthstelle ankomme. In aller Strenge läßt sich diese Annahme gleichwohl nicht mit dem von ihm ausgesprochenen Gesetze vereinigen. Diefß geht schon aus seinen eigenen Versuchen hervor, welche ungeachtet ihrer großen Genauigkeit und Zuverlässigkeit eine, wenn auch geringe, doch mit der Stromstärke deutliche Zunahme des Quotienten des thermischen Effectes durch die Stromstärke erkennen lassen. Diese Abweichung war auch dem Beobachter selbst keineswegs entgangen³⁾, doch liefs er sie unerklärt.

Bei einer Wiederholung dieser Versuche habe ich die Stärke des erzeugenden hydro-elektrischen Stromes mit-

1) Diese Ann. Bd. 89, S. 377.

2) Diese Ann. Bd. 91, S. 161.

3) Diese Ann. Bd. 89, S. 396.

Poggendorff's Annal. Bd. CLV.

telst einer guten Weber'schen Tangentenbussole mit einfachem Ringe gemessen. Ein in demselben Schließungsbogen eingeschalteter Rheostat gestattete, die Stromstärken in ziemlich weitem Umfange zu wechseln. Als Elektromotor diente in allen Fällen ein einziges constantes Zink-Kohlenpaar.

Das zur Beobachtung des thermo-elektrischen Effectes benutzte Galvanometer mit astatischer Nadel gehört zu einem Melloni'schen Apparate und stammt noch aus der Werkstätte von Gourjon. Die beiden Nadeln sind aus hartem Stahl verfertigt und halten die ihnen ertheilte magnetische Beschaffenheit sehr fest. Ihre Empfindlichkeit war nach Beendigung der Versuche ganz unverändert geblieben, was mit Sicherheit daraus gefolgert werden durfte, daß die Schwingungszeit (12 Sekunden) des Nadelpaares, so wie dessen Stellung, in der Ruhelage, ungefähr von Osten nach Westen gehend, sich unverändert behauptet hatten.

Die Anzeigen eines derartigen Galvanometers sind bekanntlich unmittelbar nicht vergleichbar unter einander. Es war daher zunächst erforderlich dieselben sowohl untereinander wie mit den Angaben der Tangentenbussole zu vergleichen. Zu diesem Zwecke wurde von dem Schließungsbogen eines constanten Zink-Kohlenpaares, in welchem die Tangentenbussole eingeschaltet war, eine Abzweigung zu dem astatischen Galvanometer geführt. Es ist nun klar, daß der durch diese Nebenleitung gehende Strom stets eine dem Hauptstrome proportionale Stärke annehmen mußte. Dadurch war folglich ein Mittel gegeben die Ablenkungen der Doppelnadel zu graduiren.

Es sind hierzu die in den zwei folgenden Tabellen zusammengestellten Beobachtungen benutzt worden.



I. Ablenkungen zwischen 0 bis 21°.

Erster Aus- schlag α^0	Feste Ablen- kung β^0	$\frac{\beta}{\alpha}$	Ablenkung der Tangen- tenbussole α^0	$\log \frac{\text{tng } \alpha}{\beta}$
8,25	5,0	0,606	2,25	2,10469
14,50	8,9	0,613	4,20	2,08048
20,20	12,5	0,618	5,50	2,11333
23,30	14,1	0,605	6,20	2,11325
29,50	18,0	0,610	8,25	2,09392
34,00	20,5	0,603	9,15	2,10474
36,00	22,1	0,614	10,05	2,09586
		Mittel = 0,610	Mittel = 2,10090	

Das Verhältniß $\frac{\beta}{\text{tng } \alpha}$ zeigt sich bis zur Gränze einer Ablenkung von 21° bis 22° der Doppelnadel, bei allen Versuchen nahezu gleich.

Die kleinen Unterschiede, welche vorkommen, können nur auf Beobachtungsfehlern beruhen. Wenn man daher die Ablenkung von 1° der astatischen Nadel als einen der ablenkenden Kraft 1 proportionalen Ausdruck betrachtet, so wird, wenigstens bis gegen 21° hin, die ablenkende Kraft durch die GröÙe der Ablenkung gemessen. Diese einfache Beziehung erhält sich bekanntlich nicht bei den stärkeren Ablenkungen. Vielmehr sieht man bei zunehmender GröÙe derselben das Verhältniß $\frac{\beta}{\text{tng } \alpha}$ mehr und mehr abnehmen. Gleichwohl macht es keine Schwierigkeit auch diese Ablenkungen auf solche Kräfte zurückzuführen, welche den für die Ablenkungen zwischen 0° bis 21° geltenden proportional sind, und für welche die Ablenkung von 1° als Krafteinheit genommen ist.

II. Ablenkungen über 21° hinaus.

α°	β°	$\frac{\beta}{\alpha}$	α°	$\log \frac{\beta}{\tan \alpha}$	K
35,0	21,0	0,600	9,50	2,09861	21,11
36,0	22,1	0,614	10,05	2,09586	22,35
42,5	25,5	0,600	12,00	2,07907	26,80
45,7	27,0	0,604	13,25	2,05943	29,70
48,8	29,0	0,594	14,25	2,05815	31,99
50,2	30,0	0,600	15,00	2,04907	33,70
52,0	31,75	0,610	16,00	2,04424	36,16
53,0	31,60	0,585	16,20	2,03650	36,60
57,0	33,7	0,590	17,60	2,02074	40,50
59,0	35,0	0,593	18,63	2,01641	42,50
60,0	35,0	0,583	19,15	2,00330	43,81
64,0	37,0	0,580	20,80	1,98857	47,90
66,2	38,1	0,576	21,90	1,97670	50,69
68,0	39,0	0,574	22,85	1,96638	53,12
69,3	40,0	0,577	23,65	1,96066	55,25
74,0	42,0	0,568	26,40	1,92751	62,61
76,0	43,0	0,576	28,00	1,90780	67,03
82,0	45,0	0,550	30,80	1,87788	75,17

Da die ablenkende Kraft eines im Multiplicatorgewinde des astatischen Galvanometers circulirenden Zweigstroms, der Tangente des gleichzeitigen Ablenkungsbogens der Bussolennadel stets proportional seyn muß, so findet man nun leicht die einer beliebigen festen Ablenkung β der Doppelnadel zugehörige ablenkende Kraft mit Hülfe der Gleichung

$$\log K = 2,10090 + \log \tan \alpha;$$

wenn α den der festen Ablenkung β entsprechenden, in derselben Horizontalreihe angegebenen Winkel der Bussolennadel bedeutet. So sind die in der letzten Spalte vorstehender Tabelle unter K aufgezeichneten Werthe gefunden worden. Auf die Grundlage dieser Zahlen wurde eine Curve gezeichnet, mit deren Hülfe dann für jeden am Galvanometer gemessenen festen Ablenkungsbogen die entsprechende Kraft abgemessen werden konnte. Diese Curve ist sehr flach concav nach Außen und verläuft sich auf beiden Seiten nach geraden Linien. Die folgende Tabelle ist mittelst derselben gebildet worden.

III. Verhältniß der festen Ablenkungen zu den ablenkenden Kräften.

β	K	β	K
1	1	32	36,90
20	20	33	39,05
21	21,11	34	41,15
22	22,15	35	43,30
23	23,40	36	45,50
24	24,60	37	47,70
25	26,10	38	50,45
26	27,30	39	53,10
27	28,90	40	56,00
28	30,40	41	59,20
29	32,00	42	62,60
30	33,60	43	67,00
31	35,15	44	71,30
32	36,90	45	75,60

Die festen Ablenkungen der astatischen Nadel lassen sich bei der Verfahrungsweise von Quintus Icilius nicht unmittelbar bestimmen, denn der Hauptstrom war ausgeschlossen und die Temperaturveränderung, die derselbe bewirkt hatte, bereits wieder in der Ausgleichung begriffen, während die Nadel beobachtet wurde. Man mußte sich deshalb begnügen den ersten Ausschlag zu messen, der in wenigen Sekunden erfolgte, um aus diesem dann wieder die feste Ablenkung abzuleiten, welche sich bei unveränderter längerer Dauer der Einwirkung ergeben haben würde.

Ueber das Verhältniß $\frac{\beta}{a}$, des ersten Ausschlags zur Ablenkung bei meinem Galvanometer, geben die drei vordersten Spalten der Tafeln I und II die nöthige Auskunft. Zwischen 0 bis 30° Ablenkung wurde diese durch Multiplication des Ausschlages mit 0,61 bestimmt. Bei den größeren Ausschlägen nahm aber der Quotient $\frac{\beta}{a}$ in merklicher Weise ab. Der Grund mag darin liegen, daß zwischen beiden Nadeln, zur Dämpfung der Schwingungen, eine Messingscheibe, parallel zur Schwingungsebene angebracht war.

Quintus Icilius hatte den Hauptstrom, um einen hinlänglich starken Wärmeeffect zu erzielen, durch eine thermo-elektrische Säule aus 32 Paaren Antimon-Wis-

muthstäben gesendet. In Folge der großen Empfindlichkeit meines astatischen Galvanometers genügte jedoch zum Zweck der nachstehend beschriebenen Versuche ein einziges Paar von 5^{mm} dicken cylindrischen Stäben. Dieselben waren an einem Ende mit abgefeilten ebenen Flächen aufeinandergelegt und fest zusammengebunden; an den äußeren Enden hatte man dicke Kupferdrähte eingelöthet, durch welche zuerst der Hauptstrom eingeführt, dann nach Unterbrechung desselben durch raschen Wechsel der Draht-Verbindung der Zusammenhang mit dem astatischen Galvanometer hergestellt wurde. Um den schädlichen Einfluß von Luftströmungen zu verhüten, stand dieses thermo-elektrische Paar, ganz so, wie Quintus Icilius empfohlen hat, unter einem cylindrischen Metallgefäße, übrigens von der Luft frei umspült. Bedeutende störende Temperatureinwirkungen wurden dadurch stets entfernt gehalten. Die Dauer des hydro-elektrischen oder Hauptstroms betrug jedesmal 30 Sekunden.

Die Versuche und deren Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle niedergelegt. Der erste Ausschlag ist wie vorher mit α , die daraus berechnete Ablenkung mit β , die Kraft mit K , die Angabe der Tangentenbussole mit α bezeichnet.

α	β	K	α	$\log \frac{K}{\tan \alpha}$
11,4	6,95	6,95	5,1	1,89136
15,0	9,15	9,15	6,6	1,89807
21,75	13,27	13,27	9,0	1,92316
32,5	19,83	19,83	13,6	1,91364
41,0	24,60	25,50	15,1	1,97546
60,5	35,70	44,84	28,6	1,91510

Also auch bei diesen Versuchen zeigte sich eine allmähige Zunahme des Verhältnisses des thermischen Effectes zu der Stärke des Hauptstroms, so daß es den Anschein haben könnte, die Temperaturänderungen an der Uebergangsfläche von einem zu einem andern Metalle seyen zwar

annähernd aber doch nicht genau der Stärke des erzeugenden Hauptstroms proportional. Indessen liefs sich für diese Abweichung von dem einfachen Ausdruck des Gesetzes doch auch noch ein anderer Grund geltend machen. Die thermischen Effecte an den verschiedenen Verbindungsstellen einer thermo-elektrischen Kette, welche sich bald durch Erwärmung bald durch Abkühlung zu erkennen geben, und deren jedesmaligen Werth wir zur Abkürzung mit y bezeichnen wollen, sind nämlich stets von solchen Wärmewirkungen begleitet, die vom Leitungswiderstand abhängig und, wie bekannt, dem Quadrate der Stromstärke proportional sind. Diese zweite Art von Einwirkungen, welche hier den Namen x führen mögen, bleiben allerdings ohne Einfluß auf das Galvanometer, wenn sie an allen Verbindungsstellen eine gleiche Stärke behaupten; dagegen müssen sie bei ungleicher Beschaffenheit der Berührungsstellen mit der zunehmenden Stromstärke mehr und mehr fühlbar werden, da ihr ungleich wirksamer Einfluß mit dem Quadrate, derjenige der Werthe y aber nur im einfachen Verhältnisse der Stromstärke zunimmt. Eine solche Ungleichheit war nun bei dem beschriebenen thermo-elektrischen Paar unzweifelhaft vorhanden; denn, wie schon bemerkt, an den beiden Enden desselben waren Kupferdrähte eingelöthet, während in der Mitte Antimon und Wismuth mit ebenen Flächen einander nur berührten, wenn auch allerdings gegeneinander gedrückt waren. Um einen von diesem Umstande etwa abhängigen störenden Einfluß möglichst zu beseitigen, wurden jetzt beide Stäbe an ihrer Verbindungsstelle mit leicht flüssigem Metalle zusammengelöthet, dann mit dem so veränderten Apparate die vorherbeschriebenen Versuche wiederholt. Es wurden nach dieser Abänderung die folgenden Resultate gewonnen.

α	β	K	α	$\log \frac{K}{\tan \alpha}$	$75,86 \tan \alpha$
29,20	17,81	17,81	13,1	1,88385	17,65
29,75	18,15	18,21	13,5	1,87853	18,21
44,50	27,14	29,52	21,4	1,87695	29,73
49,60	30,26	44,00	25,0	1,87281	35,37
53,00	32,33	37,62	25,7	1,89303	36,50
53,10	32,39	37,73	26,7	1,87517	38,15
54,00	32,94	38,92	27,0	1,87865	39,49

$$1,88000 = \log 75,86$$

Eine aufmerksame Betrachtung, insbesondere der beiden letzten Spalten dieser Tabelle läßt erkennen, daß durch die innige Verbindung beider Stäbe an der Uebergangsstelle und durch die Vermehrung der Berührungspunkte an dieser Gränzfläche, die beobachtete Unregelmäßigkeit, wenigstens innerhalb des Umfangs der gewählten Stromstärken verschwand. Es ist demnach die Folgerung gestattet: *daß die vom Uebergange des elektrischen Stroms von einem Metalle zum andern abhängige Temperaturveränderung um so genauer dem Gesetze der Proportionalität mit der Stromstärke gehorcht, je mehr es gelungen ist, gleichzeitig andere Ursachen der Wärmeerregung an der Uebergangsstelle entfernt zu halten.*

Weiter oben ist schon hervorgehoben worden, daß auch Frankenheim sich mit dem Studium der Peltier'schen Entdeckung beschäftigt hat. Die Beobachtungsweise, welche hauptsächlich seine Aufmerksamkeit in Anspruch nahm, gewährt den Vortheil, daß sie gestattet die beiden Wärmewirkungen x und y , welche bei dem Experimente gleichzeitig auftreten, durch Rechnung zu trennen.

Frankenheim entschied sich nämlich nach verschiedenen Vorversuchen schließlicb zur Anwendung des Peltier'schen Kreuzes. Dieses besteht bekanntlich aus zweien kreuzweise übereinander gelegten, in der Mitte zusammengelötheten Stäben von Wismuth und Antimon oder zweien andern in der thermo-elektrischen Reihe weit von einander entfernten Metallen. Zwei benachbarten Enden eines

solchen Kreuzes wurden mit einer galvanischen Kette und einer Tangentenbussole, die beiden andern mit einem Galvanometer mit Doppelnadel verbunden. Die Stärke des durch die Hydrokette in dem ersten Schließungsbogen erzeugten Stroms, des Hauptstroms, wurde mit der Bussole gemessen. Zur Bestimmung des gleichzeitig im zweiten Schließungsbogen cirkulirenden, viel schwächeren Stroms diente das empfindlichere Meßinstrument.

Frankenheim nahm nun von vornherein an, daß an der Kreuzungsstelle zwei Wärmeeffecte zusammenfallen, nämlich die vom gewöhnlichen Leiterwiderstande abhängige Erwärmung und die durch den Uebergang vom einen Metalle zum andern bewirkte Temperaturveränderung. Wird die eine mit x , die andere mit y bezeichnet, so bleibt x unabhängig von der Richtung des Hauptstroms; dagegen wechselt y das Zeichen, wenn durch *dieselbe* Verbindungsstelle der Hauptstrom abwechselnd in entgegengesetzter Richtung geführt wird. So entstehen zwei Gleichungen

$$x + y = a$$

$$\text{und } x - y = b,$$

mit deren Hülfe sowohl x wie y aus geeigneten Versuchen abgeleitet werden kann.

Die Richtigkeit dieses Gedankens ist gewiß nicht zu bezweifeln. Gleichwohl sind Frankenheim's Versuche dadurch unbrauchbar geworden, daß er die jedesmalige Temperatur der Kreuzungsstelle während der Fortdauer des Hauptstroms zu messen versuchte. Er glaubte sogar in dieser Anordnung einen wesentlichen Vorzug seines Verfahrens zu erblicken, indem man, wie er sagt, mit der Ablesung des Galvanometers warten könne, bis sich constante Verhältnisse festgestellt haben, der Kreuzungspunkt also zu einer festen Temperatur gekommen sey. Die Beobachtung der Stärke des thermo-elektrischen Stroms erst nach Unterbrechung des Hauptstroms und nachdem dieser eine bestimmte Anzahl Secunden hindurch eingewirkt habe, hielt Frankenheim für unsicher, weil Fehlern unterworfen, die sich nicht in Rechnung ziehen lassen. Ueber die

Beschaffenheit dieser Fehler unterliefs er jedoch sich auszusprechen.

Den mit seinem empfindlichen Galvanometer gemessenen Strom scheint Frankenheim ohne nähere Prüfung als den reinen Effect einer thermo-elektrischen Einwirkung gehalten zu haben. Diefs war nun aber keineswegs der Fall; der vermeintliche Thermostrom war vielmehr zum grofsen Theil eine Abzweigung des Hauptstroms.

In der That, wer Gelegenheit findet den Versuch mit dem Peltier'schen Kreuze nach der von Frankenheim empfohlenen Weise zu wiederholen, dem kann es nicht entgehen, dafs die Einwirkung auf die Doppelnadel mit dem gröfsten Theil ihrer Stärke unmittelbar nach der Schließung des Hauptstroms eintritt. Mißt man die Gröfse des ersten Ausschlags, unterbricht dann nur die Nebenkette und erneuert den Versuch erst nachdem die Nadel wieder zur Ruhe gekommen war, so wird man gewöhnlich nur eine geringe Aenderung in der vorher gefundenen Gröfse des Ausschlags wahrnehmen. So zeigte sich bei einem Antimon-Wismuth-Kreuze, dessen Stäbe sich mit abgefeilten Flächen berührten, aber nicht zusammengelöthet waren, unter dem Eindrucke eines Hauptstroms, welcher die Nadel der Tangentenbussole um $5^{\circ},4$ abgelenkt hatte, unmittelbar nach der Schließung ein erster Ausschlag der Doppelnadel von 62° . Die darauf erfolgende feste Ablenkung betrug 36° , und erhielt sich einige Minuten hindurch unverändert. Der erste Ausschlag nachher wiederholt stieg nur auf $63^{\circ},5$. Eine thermo-elektrische Erregung der Kreuzungsstelle mußte gleichwohl unterdessen stattgefunden haben. Sie konnte jedoch erst nach Ausschluß des Hauptstroms, bei abgekürztem Schließungsbogen der Thermokette deutlich wahrnehmbar gemacht werden.

Wenn man Haupt- und Nebenschließung nur nacheinander zur Wirksamkeit kommen läßt, so zeigt sich eine nur augenblickliche Einwirkung des Hauptstroms in der Regel ungenügend, um nachher einen deutlichen Ausschlag

der Doppelnadel hervorzubringen, während länger dauernde Schließungen der galvanischen Kette bis zu einer gewissen Gränze hin stetig zunehmende Ausschläge der astatischen Nadel zur Folge haben.

Hatte man ein Kreuz aus solchen Stäben gebildet, welche bezüglich ihres thermo-elektrischen Verhaltens einander nahe kommen, so konnte gleichwohl eine starke Einwirkung auf die Doppelnadel entstehen, sobald beide Ketten, die im Kreuze ihren Vereinigungspunkt fanden, gleichzeitig geschlossen werden. Selbst bei Kupferdrähten, die an reiner Stelle kreuzweise übereinandergelegt und zusammengepreßt wurden, blieb eine kräftige Wirkung auf die astatische Nadel nicht aus. In allen Fällen verminderte sich die Stärke des Ausschlages bei zunehmender Innigkeit der Berührung beider Stäbe an der Uebergangsstelle. Waren die Stäbe zusammengelöthet worden, so änderte sich die Richtung des Nebenstroms, je nach der Art der Verlöthung. Bei einem Kreuze, das aus einer Kupferplatte geschnitten worden war, nahm gleichwohl eine merkliche elektrische Strömung ihren Weg durch das Galvanometergewinde, sobald die beschriebene Leitung in Form eines Achters vollständig geschlossen wurde.

Diese verschiedenen Erfahrungen dürften wohl ein vollständiges Zeugniß liefern, daß dem in der Nebenschließung des Peltier'schen Kreuzes auftretenden Strome eine Abzweigung des Hauptstroms in beträchtlicher Menge beigelegt ist. Diese Thatfache war übrigens aus theoretischen Gründen vorauszusehen und würde einer experimentellen Darlegung wohl kaum bedurft haben, wäre die gegentheilige Ansicht nicht weit verbreitet und selbst in Lehrbüchern vertreten.

Wenn nun in einem Antimon-Wismuth-Kreuze der Hauptstrom vom Antimon zum Wismuth geht, so setzt seine Abzweigung z ihren Weg durch den Antimonstab fort; dieselbe Richtung nimmt der von x und y abhängige Thermostrom, da die Uebergangsstelle durch beide Einflüsse

erwärmt wird. Die Wirkung auf das Galvanometer ist folglich durch die Gleichung

$$A = x + y + z$$

dargestellt. Wird der Hauptstrom in der Richtung vom Wismuth zum Antimon geleitet, so geht die Abzweigung z im Wismuthstabe weiter und vereinigt sich in ihrem Fortschreiten nach dem Galvanometer mit dem von der elektromotorischen Thätigkeit y abhängigen Thermostrome, weil dieser jetzt vom Antimon zum Wismuth läuft. Dagegen behauptet die elektromotorische Kraft x , d. h. die vom Leitungswiderstande an der Uebergangsstelle abhängige Wärmebildung ihre frühere Richtung vom Wismuth zum Antimon. Die Gesamtwirkung auf die Nadel ist demnach jetzt durch die Gleichung

$$B = x - y - z$$

ausgedrückt. Man erkennt sogleich, daß die Gleichungen A und B wohl geeignet seyn können, x zu bestimmen, daß aber z und y sich nicht trennen lassen. Was also Frankenheim als proportional der Stärke des hydroelektrischen Stroms gefunden hatte, war der Hauptsache nach eine Abzweigung des letzteren.

Das Versehen, welches Frankenheim begangen hat, liegt indessen in der Art, wie er seine Methode ausführt, nicht in dem Grundgedanken derselben. Dieser verspricht vielmehr gewisse Vortheile, wenn nach dem Vorgange von Quintus Icilius, der Thermostrom erst nach Untersuchung des Hydrostroms in Circulation gesetzt und gemessen wird. Ich entschloß mich daher die Erscheinung auch nach dieser Seite zu prüfen. Allerdings mußte bei dieser Abänderung der Beobachtungsweise auf eine constante Einwirkung auf die Doppelnadel verzichtet werden. Da jedoch die Vorsicht gebraucht wurde nur den ersten Ausschlag zu messen, da ferner die Zeit eines ersten Ausschlages sich immer ziemlich gleich blieb und sich nur auf wenige Sekunden erstreckte, da endlich die Abkühlung eines erwärmten Körpers, so wie umgekehrt die Erwärmung eines abgekühlten, in gleichen Zeitabschnitten der Größe des Temperatur-

unterschiedes proportional ist, so durfte man erwarten, daß das Verhältniß der Stromstärke zu der Wärmewirkung an der Kreuzungsstelle aus den zusammengehörigen Anzeigen beider Maßinstrumente, auch in diesem Falle mit hinlänglicher Deutlichkeit hervortreten werde. Ueberdies sprachen auch die vorher schon beschriebenen Versuche für diese Annahme, zumal die allgemeinen Anordnungen bei den folgenden Versuchen dieselben blieben wie bei den früheren.

Versuche über die Temperaturveränderungen an der Kreuzungsstelle von Antimon und Wismuth.

Die beiden verwendeten Stäbe des Kreuzes waren cylindrisch, von 9^{cm} Länge und 5 bis 6^{mm} Dicke. An den vier Enden waren Kupferdrähte von 2^{mm},5 Dicke eingeschmolzen, von welchen das eine Paar zu dem Multiplcatorgewinde des astatischen Galvanometers führte, das andere mit dem Bunsen'schen Paare, der Tangentenbussole und dem Stromregulator in leitender Verbindung stand. An der Kreuzungsstelle berührten sich beide Stäbe zunächst nur unter mäßigem Drucke.

Den Hauptstrom liefs man bei drei verschiedenen Stärken desselben, abwechselnd vom Antimon zum Wismuth und in umgekehrter Richtung je 30 Sekunden hindurch circuliren. Mit dem 30^{sten} Sekundenschlag wurde die Hydrokette unterbrochen und in demselben Augenblicke die Thermokette geschlossen.

Die Richtung der Ablenkung blieb in allen Fällen dieselbe, im Sinne einer Erwärmung der Kreuzungsstelle. Die Vorzeichen der ersten Ausschläge sollen daher nur die jedesmalige Richtung des Hauptstroms andeuten.

α	β	K	α	x	y	$\frac{x}{\tan^2 \alpha}$	$\frac{y}{\tan \alpha}$
+ 18,3 - 8,2	11,16 5,00	11,16 5,00	14,5	8,08	3,08	120,8	11,92
+ 32,4 - 19,75	19,76 12,05	19,76 12,05	20,7	15,91	3,86	111,4	10,21
+ 53,0 - 36,25	32,54 22,26	37,60 22,48	27,7	30,04	7,56	109,0	14,40

Die Zahlenergebnisse dieser Versuche sind in drei Gruppen geordnet. Wenden wir unsere Aufmerksamkeit zuerst auf die ablenkende Kraft K , so folgt aus der ersten Gruppe

$$\begin{aligned} 11,16 &= x + y \\ 5,00 &= x - y. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich die dem Quadrate der Stromstärke proportionale Wärmewirkung

$$x = 8,08,$$

der dem einfachen Verhältniß der Stromstärke entsprechende Wärmeeffect

$$y = 3,08.$$

In derselben Weise sind die andern Werthe von x und y berechnet worden. Sie kommen, wie aus den zwei letzten Spalten der Tabelle zu ersehen, dem verlangten Gesetze hinlänglich nahe, um jede andere Combination auszuschließen. Da hierüber, bezüglich der Werthe x ohnedieß kein Zweifel seyn konnte, so erschien es von Interesse das Kreuz in der Art abzuändern, daß die elektromotorische Thätigkeit y einen größern Einfluß erhalten mußte. In dieser Absicht wurden die beiden das Kreuz bildenden cylindrischen Stäbe an der Berührungsstelle eben gefeilt, mit möglichst breiten, glatten Flächen kreuzweise übereinander gelegt und fest zusammen gebunden.

In Folge dieser Abänderung veränderte die astatische Nadel ihre Richtung, so oft der Hauptstrom vor der Unterbrechung im negativen Sinne, d. h. vom Wismuth zum Antimon gegangen war, daher eine Temperaturerniedrigung

bewirkt hatte. Die Größe der jedesmaligen negativen Ablenkung β , sowie die entsprechende ablenkende Kraft K , sind deshalb in der folgenden Tabelle mit dem Zeichen — behaftet. Zeit wie vorher 30 Sekunden.

α	β	K	α	x	y	$\frac{x}{\tan^2 \alpha}$	$\frac{y}{\tan \alpha}$
+ 4,3 — 4,2	2,60 — 2,56	2,60 — 2,56	7,60	0,40	2,58	—	19,34
+ 18,3 — 12,2	11,22 — 7,44	11,22 — 7,44					
+ 22,3 — 14,1	13,60 — 8,60	13,60 — 8,60	25,25	1,88	9,33	8,452	19,78
+ 35,9 — 16,9	21,90 — 10,31	22,05 — 10,31					
+ 44,0 — 15,0	26,40 — 9,15	27,94 — 9,15	30,2	2,50	11,10	7,371	19,06
+ 66,0 — 11,9	38,00 — 7,26	50,45 — 7,26					
			40,3	5,87	16,18	8,161	19,08
			45,1	8,63	18,55	9,615	18,48
			55,3	21,60	28,86	10,350	19,98

Obschon die Nadel selbst bei den stärksten hier angewendeten Hydroströmen nach der negativen Seite umschlug, so oft der Strom vom Wismuth zum Antimon durch die Kreuzungsstelle lief, so ist es doch unverkennbar, daß die vom Leitungswiderstand abhängige Erwärmung der Uebergangsstelle, welche bei den schwächeren Strömen nur einen geringen Einfluß zu behaupten vermochte, in Folge ihrer stetigen raschen Zunahme, bei noch größeren Stromstärken als die hier vorkommenden, die Wirkung y schließlich erreicht und sogar überschritten haben würde.

Auch eine verlängerte Wirkungszeit wirkt in diesem Sinne. Dieses ergibt sich z. B. aus den folgenden Versuchsgruppen.

	α	β	K	$\frac{z}{\text{Sekunden}}$	x	y
26,9	+ 20,0	12,20	12,20 }	30	2,32	9,88
	- 12,4	- 7,56	- 7,56 }			
	+ 23,0	14,03	14,03 }	60	3,88	10,16
	- 10,3	- 6,28	- 5,28 }			
	+ 25,9	15,80	15,80 }	180	5,95	9,85
	- 6,4	- 3,90	- 3,90 }			
43,1	+ 3,94	24,03	24,63 }	30	7,59	17,05
	- 15,5	- 9,46	- 9,46 }			
	+ 47,4	28,91	31,86 }	60	12,46	19,41
	- 11,4	- 6,95	- 6,95 }			
	55,1	33,61	40,33 }	180	19,79	21,54
	- 4,5	- 2,75	- 2,75 }			

Durch eine über 30 Sekunden hinaus verlängerte Wirkungszeit des Hauptstroms, werden wesentlich nur die Werthe x , deren nähere Erforschung hier nur eine untergeordnete Bedeutung hat, vergrößert. Zugleich aber wird die Temperatur der Kreuzungsstelle, so wie diejenige der beiden Zuleitungsschenkel des Kreuzes erhöht, und in Folge dessen eine Quelle von Fehlern unnöthiger Weise verstärkt.

Hierdurch rechtfertigt sich eine Wirkungszeit von 30 Sekunden, unter welche man jedoch nicht weiter herunter zu gehen wagte, um nicht die Genauigkeit der Zeitbestimmung zu gefährden. Diese Zahl ist deshalb auch bei der folgenden Versuchreihe beibehalten worden, zu welcher dasselbe Kreuz benutzt wurde, mit der Abänderung jedoch, daß man die beiden Stäbe an ihrer Berührungsfläche mit leichtflüssigem Metalle zusammengelöthet hatte. Die Berührungspunkte an der Uebergangsstelle mußten dadurch bedeutend vermehrt worden seyn, und es war zu erwarten, daß die vom Leitungswiderstand abhängige Wärmewirkung noch mehr wie vorher zurücktreten werde. Hier folgen die Zahlenergebnisse.

α	β	K	α	x	y	$\frac{y}{\tan \alpha}$
+ 5,0 - 4,6	3,05 - 2,81	3,05 - 2,81	7,5	0,12	2,93	22,25
+ 9,2 - 8,4	5,61 - 5,12	5,61 - 5,12	13,8	0,25	5,37	21,86
+ 11,0 - 10,2	6,71 - 6,22	6,71 - 6,22	17,0	0,25	6,47	21,16
+ 13,5 - 12,7	8,24 - 7,75	8,74 - 7,75	21,3	0,25	8,00	20,52
+ 17,4 - 15,4	10,61 - 9,39	10,61 - 9,39	26,75	0,61	10,00	19,84
+ 43,8 - 28,7	26,72 - 17,51	28,45 - 17,51	52,2	5,47	22,98	17,82

Die Werthe von x gelangen in der That erst bei den größten Stärken des Hauptstroms zu einer in Betracht kommenden Geltung. Abgesehen von dieser Erfahrung, daß man es in der Hand hat, durch genügende Vermehrung der Uebergangspunkte an der Kreuzungsstelle, die Werthe x und y auch auf experimentellem Wege fast vollständig zu trennen, bietet jedoch das Zusammenlöthen der Stäbe keinen Vortheil. Die Wärme, die sich in den beiden Aesten des Kreuzes entwickelte, durch welche der Hauptstrom cirkulirte, wurde der Uebergangsstelle rascher als bei den früheren Versuchen zugeführt, und in Folge dessen konnte die Wirkung der Abkühlung nicht zur vollen Entwicklung kommen. Man erkannte dies alsbald aus dem Umstande, daß die nach der negativen Seite abgelenkte Nadel rasch wieder zurückwich, die positive Seite überschritt und hier einen beträchtlich größeren Ausschlag machte als vorher auf der andern Seite, überdies sich jetzt längere Zeit auf der positiven Seite behauptete. Die mit der zunehmenden Stärke des Hauptstroms abnehmenden Quotienten $\frac{y}{\tan \alpha}$ erklären sich aus diesem Verhalten.

Die Erscheinung der Erwärmung und Erkältung an der Uebergangsstelle zweier Metalle, je nach der Richtung eines cirkulirenden Stroms hat bis jetzt keine befriedigende Erklärung gefunden. Ich glaube mich indessen nicht zu irren, wenn ich annehme, daß sie von derselben Ursache abhängig ist, welche von vielen Physikern als die Quelle thermo-elektrischer Ströme betrachtet wird, nämlich von der thermo-elektrischen Erregung und einer derselben entsprechenden thermo-elektrischen Differenz an der Uebergangsstelle zwischen zwei ungleichartigen Leitern.

Die in einem beliebigen Leiter durch den elektrischen Strom in der Zeiteinheit erzeugte Wärme beträgt bekanntlich

$$w = a q^2 \frac{l j}{d^2}.$$

In diesem Ausdrücke bedeutet $\frac{j l}{d^2}$ den reducirten Leitungswiderstand, a eine Constante und q die Stromstärke, gemessen durch ihre Einwirkung auf eine Magnetnadel. Es ist also q der in der Zeiteinheit cirkulirenden Elektricitätsmenge proportional, oder auch es ist

$$q = \alpha E,$$

wenn E diese Elektricitätsmenge und α eine Constante vorstellt.

Es sey nun z diejenige Zeit, in welcher die Einheit der Elektricitätsmenge sich im Umlauf befindet, so ist

$$z : 1 = 1 : E,$$

$$\text{daher } Ez = 1 \text{ und } q = \alpha E = \frac{\alpha}{z}.$$

Hieraus folgt:

$$w = a \alpha \frac{q}{z} \cdot \frac{l j}{d^2} \cdot 1).$$

Die in einem beliebigen Abschnitte eines Schließungsboogens entwickelte Wärmemenge steht im geraden Verhält-

- 1) In dieser Form ist das Gesetz der Wärmeentbindung in Stromleitern zuerst von P. Riess in seinen berühmten Abhandlungen aus den Jahren 1837 und 1838 gegeben worden. Die verwandten Arbeiten von Joule und Lenz sind erst mehrere Jahre später bekannt geworden.

nifs zum reducirten Leitungswiderstande desselben. Sie verhält sich ferner wie die in der Zeiteinheit in Umlauf gesetzte Elektrizitätsmenge und umgekehrt wie die Entladungszeit der Einheit des elektrischen Fluidums.

Die GröÙe E und z stehen in einer solchen Beziehung zu einander, daß eine Vermehrung von E um das n fache eine Verminderung von z um den n ten Theil zur Folge hat.

Um E zu vermehren, bedarf es, bei unverändert bleibendem Leitungswiderstande, einer verhältnißmäßigen Vergrößerung der elektromotorischen Kraft, oder, was dasselbe bedeutet, einer verhältnißmäßigen Zunahme der Dichtigkeit an den Polen der offenen Kette.

Die Abkürzung der Entladungszeit bis auf $\frac{1}{n}$ ist folglich gleichbedeutend mit der n fachen Zunahme der elektromotorischen Kraft. Man kann daher auch sagen: *Die Wärmeentbindung verhält sich wie die in der Zeiteinheit in Umlauf gesetzte Elektrizitätsmenge multiplicirt mit der elektromotorischen Kraft der Kette.*

Die elektromotorische Kraft vertheilt sich bekanntlich, einem Gefälle ähnlich, über den ganzen Umkreis einer geschlossenen Kette, in der Art, daß bei jedem Elemente des Schließungsbogens, ein seinem reducirten Leitungswiderstande proportionaler Kraftantheil sich vorfindet. Dieser Kraftantheil steigt und sinkt in demselben Verhältnisse, in welchem die gesammte Triebkraft sich ändert.

In jedem Bogenelemente wird daher eine Wärmemenge erzeugt, die, weil sie dem besonderen Kraftantheil proportional ist, welchen das Element in Anspruch nimmt, auch der elektromotorischen Kraft der Kette proportional gesetzt werden kann.

Nun zeigt sich an jeder Uebergangsstelle von einem Metalle zum andern eine thermo-elektrische Erregungskraft von gleicher oder von entgegengesetzter Richtung zur Triebkraft des circulirenden Stroms. Ist letzterer z. B. gezwungen vom Antimon zum Wismuth überzutreten, so

findet er an der Gränze beider Metalle einen Widerstand, denn an dieser Stelle herrscht eine fortdauernde Anregung einen elektrischen Strom in der Richtung vom Wismuth zum Antimon in Bewegung zu setzen. Dieser Widerstand, den gleichzeitig vorhandenen Leitungswiderstand vergrößernd, hat eine Anhäufung der elektrischen Kraft an der betreffenden Stelle und somit eine Wärmeentwicklung zur Folge. Diese erhöhte Wärmeerzeugung an der Gränzfläche zweier Mittel, indem man sie mit derjenigen an irgend einer andern Stelle desselben Stromkreises vergleicht, steht im Verhältnisse der elektromotorischen Thätigkeiten an beiden Stellen. Sie ist folglich der einfachen Stromstärke und nicht dem Quadrate derselben proportional.

Wenn der elektrische Strom vom Wismuth zum Antimon übergeht, hat die Erregungskraft an der Gränzfläche beider Körper gleiche Richtung mit der Bewegung der Elektrizität. Diese Kraft kommt daher von der zur Ausgleichung des gewöhnlichen Leitungswiderstandes nothwendigen Kraft in Abzug. So kann es geschehen, daß der Widerstand an dieser Stelle nicht nur verschwindet, sondern sogar einen negativen Werth gewinnt.

Giessen am 25. März 1875.

**VIII. Ueber die isodynamischen Flächen um einen verticalen Magnetstab und Anwendung derselben bei einer auf magnetische Messungen gegründeten Untersuchung von Eisenerzlagern;
von Robert Thalén.**

(Mitgetheilt vom Verf. aus *Oefversigt of K. Vetensk. Handling* 1874, No. 6.)

In einem der Königl. Akademie in ihrer Februarsitzung überlieferten Aufsatz *über eine neue Methode, Eisenerzlager mittelst magnetischer Messungen zu untersuchen*¹⁾, habe ich die Formen *isodynamischer* Flächen angedeutet, welche sich rings um einen verticalen Magnetstab in dem Falle denken lassen, daß sowohl die Anziehungskraft des Stabes als der Erdmagnetismus auf eine in der Horizontalebene bewegliche Magnetnadel wirken. Ich habe daselbst auch, obwohl nur beiläufig, die Formen der für diese Flächen geltenden Gleichungen angegeben, und beabsichtige nun, sie der Vollständigkeit wegen herzuleiten und gewissermaßen zu discutiren. Eine mathematische Behandlung des Problems liegt indeß nicht in meiner Absicht, da ich dieselbe bereits dem Prof. Daug überlassen habe²⁾.

Als Zusatz zu meinem früheren Aufsatz will ich hier nur einen wegen seiner Einfachheit und, wie ich zu hoffen wage, seiner Anwendbarkeit bemerkenswerthen Satz anführen, nach welchem es möglich erscheint, aus den auf Eisenerzlagern angestellten Deviationsmessungen zu bestimmen, sowohl *wie tief unter der Erdoberfläche das Centrum des Erslagers liegt*³⁾ als — wenigstens angenähert — *wie groß dieses Lager ist.*

1) *Oefversigt of K. Vetensk. Färhandl.* 1874, No. 2.

2) Siehe den folgenden Aufsatz. (P.)

3) Hierbei folgte ich theilweis Airy's *Treatise on magnetism*, Sect VII, p. 126, indem ich die daselbst aufgestellten Formeln anwandte, die zu einem besonders einfachen Resultat führen. Diese Formeln habe ich zusammengestellt mit den in den Gruben gemachten Deviationsmessungen, um daraus die Tiefe des Erzernes zu berechnen.

I.

Es sey ein cylindrischer Magnetstab von der Länge $2l$ und dem magnetischen Moment M vertical gestellt; es sey ferner der Mittelpunkt des Stabes der Anfang der Coordinaten, die positive z -Axe aufwärts gerichtet, die x -Axe im magnetischen Meridian nach Norden genommen und die y -Axe in horizontaler Lage winkelrecht zur x -Axe. Ferner befinde sich in dem Punkte x, y, z die in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel auf einem magnetischen Theodolith und diese Nadel sey gleichzeitig sowohl der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus als der horizontalen Componente F der Anziehungskraft des eben genannten Magnetstabes unterworfen. Nehmen wir außerdem an, daß F , welches stets längs der zwischen der Nadel und z -Axe hindurchgehenden Horizontalinie gerichtet ist, den Winkel β mit der negativen x -Axe mache, und daß die bewegliche Nadel unter der Einwirkung der genannten Kraft den Winkel δ mit der positiven x -Axe mache, so erhält man für den Fall, daß der Deviationsmagnet entfernt worden ist von seinem Platz auf dem Instrument, die Gleichung

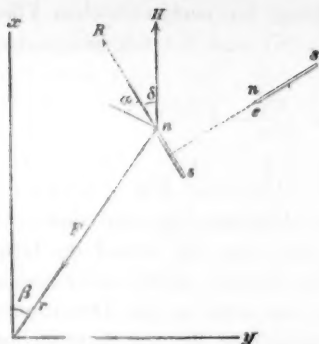
$$\frac{H}{\sin(\beta + \delta)} = \frac{F}{\sin \delta} \quad \dots \quad (1).$$

Substituirt man hier den unten angegebenen Werth von F , so erhält man die Gleichung für die *isogonischen* Flächen im gegenwärtigen Fall.

Die Resultante R der beiden Kräfte H und F wird also:

$$R^2 = H^2 - 2FH \cos \beta + F^2 \quad \dots \quad (2).$$

Wenn dagegen der Diviationsmagnet, dessen magnetisches Moment zu m angenommen seyn mag, aufgelegt wird, wie gewöhnlich bei der Tangentenmethode, mit seinem Mittelpunkt im Abstände e von dem Centrum der Nadel, aber winkelrecht gegen die ebengenannte Stellung der Nadel, so weicht diese Nadel um den Winkel α ab. Beim Gleichgewicht müssen die beiden Drehungsmomente



von R und dem Deviationsmagnete gleich groß seyn, und man erhält also

$$R \sin \alpha = 2 \cdot \frac{m}{e^3} \left(1 + \frac{a}{e^2}\right) \cos \alpha \quad (3),$$

worin a eine von der Beschaffenheit des Deviationsmagnets abhängige Constante ist.

Setzen wir

$$A = \frac{F}{H}, \quad B = \frac{2m}{He^3} \left(1 + \frac{a}{e^2}\right) \quad (4)$$

und substituiren in (3) aus (2) den Werth von R , so erhalten wir

$$B = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{1 - 2A \cos \beta + A^2} \quad (5),$$

welche Formel schon in meinem früheren Aufsatz als Gleichung für die *isodynamischen* Flächen angeführt wurde.

Lässt man überdies r den Horizontal-Abstand der x -Axe von dem Beobachtungsort (Punkt x, y, z) bezeichnen, so folgt

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\cos \beta = \frac{x}{r}, \quad \sin \beta = \frac{y}{r} \quad (6)$$

und denkt man sich den Magnetismus des Stabes in seinen Endpunkten concentrirt, so erhält man leicht

$$F = M \cdot \frac{r}{2l} \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (7).$$

Die Gleichung der isodynamischen Flächen kann also nach (4), (5), (6) und (7) folgendermaßen geschrieben werden

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{M}{H} \cdot \frac{r}{2l} \left\{ \frac{1}{[r^2 + (x-l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (x+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (8).$$

Unter allen Flächen, die von dieser Gleichung umfaßt werden, kann man auf Grund der Größe des Deviationswinkel folgende drei Arten unterscheiden.

1) $\alpha = \alpha_0$, wo unter α_0 der Deviationswinkel zu verstehen ist, welcher für den in Rede stehenden Beobachtungsort erhalten wird, falls *kein* Magnetstab in der Nähe befindlich ist. Diese Fläche, welche ich in dem folgenden die *neutrale* nennen werde, ist ohne alle Frage die bemerkenswertheste.

2) $\alpha > \alpha_0$, die hiemit bezeichneten Flächen werde ich *Maximalflächen* nennen.

3) $\alpha < \alpha_0$, die entsprechenden Flächen *Minimalflächen* heißen.

Wenn kein Magnetstab auf die bewegliche Nadel einwirkt, hat man:

$$\operatorname{tang} \alpha_0 = \frac{2m}{He^3} \left(1 + \frac{a}{e^3} \right)$$

oder kurz

$$B = \operatorname{tang} \alpha_0 \quad (9).$$

Durch Discussion der Formel (5), welche hiebei so geschrieben werden kann:

$$B = \operatorname{tang} \alpha \sqrt{1 + A(A - 2 \cos \beta)},$$

findet man, daß

$$\alpha = \alpha_0,$$

d. h. daß eine neutrale Fläche erhalten wird für

$$A(A - 2 \cos \beta) = 0,$$

welche Gleichung folgende Fälle umfaßt:

1) $A = 0$, was nach (4) und (7) geschieht,

a) Wenn $M = 0$, d. h., wenn kein *Magnetstab* in der Nähe des Beobachtungsortes befindlich ist;

- b) wenn $r=0$, was z auch seyn mag, folglich längs der ganzen z -Axe;
 c) wenn $z=0$, was r auch seyn mag, längs der durch den Anfangspunkt gehenden Horizontal-ebene ¹⁾.

2) $A = 2 \cos \beta$, welche Fläche die eigentlich *neutrale* ist, deren Intersectionen mit den successiven Horizontal-ebenen die *neutralen* Linien geben, welche ich in meinem früheren Aufsatz angeführt habe.

Für den speciellen Fall, daß $x=0$ und $y=0$, folglich $r=0$, scheint der Werth von A unbestimmt zu bleiben; in Wirklichkeit entspricht er aber dem unter 1, b angegebenen Fall, womit übereinstimmend die z -Axe selbst eine neutrale Linie bildet.

Es giebt folglich eine auf der z -Axe gelegene *neutrale* Linie und zwei *neutrale* Flächen, welche letztere einander längs der y -Axe winkelrecht schneiden, und deren eine von einer *horizontalen* Ebene, die andere dagegen von einer eigenthümlich geformten und *vertical* gestellten Fläche gebildet wird; die Gleichung der letzteren ist

$$\frac{x}{r} = \frac{M}{H} \cdot \frac{r}{4l} \left\{ \frac{1}{[x^2 + (z-l)^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + (z+l)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (10).$$

Von den *Maximalflächen* verdient der Fall näher untersucht zu werden, für welchen man hat

$$\alpha = 90^\circ.$$

Durch (8) findet man unmittelbar, daß zur Vermeidung eines imaginären Werths, erforderlich ist, daß

$$y = 0 \text{ folglich } x = r.$$

In Folge des verwandelt sich die Maximalfläche in eine in der Ebene des magnetischen Meridians belegene *Curve*, welche zur Gleichung hat

$$1 = \frac{M}{H} \cdot \frac{x}{2l} \left\{ \frac{1}{[x^2 + (z-l)^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + (z+l)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$

- 1) Diese *horizontal* liegende *neutrale* Fläche entspricht einem schon längst bekannten Fall. Vergl. *Resultate aus d. Beobh. d. magnet. Vereins* i. J. 1836, S. 25. §. 13.

Unter den *Minimalflächen* giebt es nur einen bemerkenswerthen Fall, nämlich für den Werth

$$\alpha = 0.$$

Hiebei schrumpft die Fläche zu einem *Punkt* zusammen, der an dem einen oder dem andern Ende des Stabes liegt, kurz

$$x = 0, \quad y = 0; \quad z = l$$

oder

$$x = 0, \quad y = 0; \quad z = -l.$$

Was die wirkliche Form dieser *Maximal-* und *Minimalflächen* betrifft, so habe ich dieselbe schon in meinem früheren Aufsatz angegeben, obwohl bloß für die Theile, welche *über* dem oberen Punkt des Magnetstabes liegen. Was ich dort gesagt habe, hat sich als richtig erwiesen, aber es war natürlicherweise nicht hinreichend, eine Vorstellung zu geben von der Fortsetzung dieser Flächen *unterhalb* der durch das obere Ende des Stabes gehenden Horizontalebene.

Hinsichtlich der vertical stehenden *neutralen* Fläche zeigten meine Messungen ganz deutlich, daß eine solche Fläche wirklich vorkommt; aber da es mir nicht glückte, allein aus den angestellten Messungen eine deutliche Vorstellung von ihrer im höchsten Grade complicirten Form zu erhalten, so überließ ich Hrn. Prof. Daug die Gleichung der isodynamischen Flächen mit der Bitte, sie mathematisch zu untersuchen. Dieser hat dann insoweit meiner Bitte entsprochen, als er für eine Mehrzahl dicht zusammenliegender Horizontalebenen die Durchschnitte der Flächen berechnete und darauf nach den erhaltenen Werthen ein Modell construirte, welches auf eine besonders deutliche Weise die Lage dieser Flächen und ihr Ansehen rings um den Magnetstab veranschaulicht. Eine nähere Auskunft darüber giebt der folgende Aufsatz des Hrn. Prof. Daug, auf welchen ich den Leser verweise, sowohl um in genannter Hinsicht eine nähere Kenntniß der isodynamischen Flächen zu erhalten, als auch um die aus den

Messungen hergeleitet und in meinem früheren Aufsätze angeführten Schlüsse bestätigt zu sehen.

II.

Eine ungefähre Bestimmung der Tiefe, in welcher sich das *Centrum der Erzmasse* befindet, und der *Größe* derselben, läßt sich folgendermaßen ausführen¹⁾.

Bezeichnet nämlich bei der Frage über den Magnetstab, c den Abstand des im Centrum befindlichen Anfangspunkt von dem Nordende der freien Nadel, und φ den Winkel, welche die genannte Linie mit der positiven z -Axe macht, so wird die Gleichung (7)

$$z^2 + (z - l)^2 = c^2 + l^2 - 2cl \cos \varphi$$

$$z^2 + (z + l)^2 = c^2 + l^2 + 2cl \cos \varphi.$$

Befindet sich der Beobachtungsort so weit entfernt von dem genannten Centrum, daß $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden kann, so erhält man

$$\frac{1}{[r^2 + (z - l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z + l)^2]^{\frac{3}{2}}} = 6 \cdot \frac{l}{c^4} \cos \varphi \quad (12).$$

Da ferner

$$z = c \cos \varphi \text{ und } r = c \sin \varphi,$$

erhält man bei Substitution von (12) in Gleichung (7) folgende Ausdrücke für

$$F = 3 \frac{M}{c^3} \sin \varphi \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$$F = 3 \frac{M}{z^3} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$F = 3 \frac{M}{r^3} \sin^4 \varphi \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und die Gleichung für die isodynamischen Flächen wird hiernach folgende

- 1) Dießs Problem ist natürlicherweise nahe verwandt mit dem von Airy in seinem oben genannten Werke behandelten Problem, die Einwirkung eines Schiffs auf einen Compaß zu bestimmen. Bei ihm finden sich auch S. 126 die Gleichungen (13) und (15).

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{3M}{Hz^3} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad (16)$$

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{B^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - 1} = \frac{2M}{Hr^3} \sin^4 \varphi \cos \varphi \quad (17).$$

Nimmt man an, die Deviationsbeobachtungen seyen an-
gestellt in einer gegebenen Horizontalebene längs dem
magnetischen Meridian und *südlich* von der z -Axe, wo-
durch $y = 0$ und folglich $r = -x$, so geht (16) über in

$$\frac{B}{\operatorname{tg} \alpha} - 1 = \frac{3M}{Hz^3} \sin \varphi \cos^4 \varphi \quad . \quad . \quad (18).$$

Aber man sieht, daß, wenn z constant, der *Minimal-*
werth von α dem *Maximalwerth* von $\sin \varphi \cos^4 \varphi$ entspricht.
Und weil diese letztgenannte GröÙe ihren *Maximalwerth*
erhält für

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{2}$$

und man im Allgemeinen hat

$$r = z \operatorname{tang} \varphi,$$

so erhält man, falls r_1 den Abstand der z -Axe von dem
in der Horizontalebene belegenen Punkt des magnetischen
Meridians bezeichnet, für welchen Punkt man aus den
Deviationsbeobachtungen in der Horizontalebene den Mi-
nimalwerth von α gefunden hat, ganz einfach

$$z_1 = 2r_1 \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

Die Lage des Punktes, der dem *kleinsten* Deviations-
winkel entspricht, kann natürlicherweise als hinreichend
genau bekannt aus der in Rede stehenden Deviationsmes-
sungen angesehen werden, ebenso die Lage der *neutralen*
Linie derselben Horizontalebene, welche bei großen z -
Werthen die z -Axe schneidet. Mittelst der Gleichung (19)
findet man also, daß die *Tiefe* (z_1) der *Erzmasse unter*
der in Rede stehenden Horizontalebene (Erdoberfläche) *dop-*
pelt so groß ist als der Abstand (r_1) *zwischen dem Mini-*
malpunkt und der neutralen Linie.

Dasselbe kann auch und vielleicht deutlicher auf fol-
gende Weise ausgedrückt werden. Betrachtet man die
Erdoberfläche als eine horizontal liegende Tangentenebene

zur isodynamischen Minimalfläche, so muß der Abstand des Berührungspunktes von der z -Axe verdoppelt werden, um die Höhe der Ebene über dem Anfangspunkt oder dem Mittelpunkt der magnetischen Masse zu finden.

Liegt die Erzmasse nicht zu nahe der Erdoberfläche, welche Bedingung wir schon dadurch voraussetzten, daß $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden könne, sondern befindet sich ihr Centrum vielmehr in hinreichender Tiefe, so wissen wir, daß die Maximal- und Minimalpunkte in der Horizontal-ebene liegen in ungefähr eben so großem Abstand von der neutralen Linie. Man kann deshalb auch sagen, daß der Abstand zwischen diesen beiden Punkten für den größten und den kleinsten Deviationswinkel α in der Horizontal-ebene (Erdoberfläche) unmittelbar die Tiefe unter der genannten Ebene angiebt, in welcher das Centrum der Erzmasse gelegen ist.

Zu demselben Zweck kann man auch (17) anwenden, vorausgesetzt dabei, daß die Deviationswinkel längs einer im constanten Abstand r von der z -Axe gelegenen Verticallinie gemessen werden. Dieser r -Werth muß jedoch so groß seyn, daß auch nun $\frac{l^2}{c^2}$ vernachlässigt werden kann.

Wenn man nun, wie zuvor, der Einfachheit wegen annimmt, daß die Messungen in der Ebene des magnetischen Meridians geschehen, wodurch $y = 0$ und folglich $r = -x$, und man habe entweder direct oder durch die in verschiedener Tiefe längs der in Rede stehender Verticallinie angestellten Beobachtungen die Lage des Minimumswinkels α gefunden, so erhält man in ähnlicher Weise aus (17)

$$\frac{B}{\operatorname{tg} \alpha} - 1 = \frac{3M}{Hr^3} \sin^4 \varphi \cos \varphi.$$

Wo der Minimalwerth von α dem Maximalwerth von $\sin^4 \varphi \cos \varphi$ entspricht.

Weil dieser Maximalwerth entspricht:

$$\operatorname{tang} \varphi = 2 \quad \text{d. h.} \quad z_u = \frac{r_u}{2},$$

so kann auch diese Bestimmung zur Kenntniß der Tiefe der Erzmasse unter dem beobachteten Minimumpunkt führen und folglich zu einer passenden Controle der zuvor angeführten analogen Bestimmung durch Messungen in der Horizontalebene dienen.

Denkt man sich in diesem Falle eine verticale und der yz -Ebene parallele Ebene als Tangentialebene zur isodynamischen Minimalfläche, deren Winkel im Minimalpunkt man erhielt, so wird die Tiefe (z_u) des *Erzcentrums* unter dem Tangentialpunkt halb so groß als der Abstand (r_u) zwischen den beiden parallelen Ebenen (yx -Ebene und Tangentialebene).

Eine fernere Controle zur Bestimmung der Lage des *Erzcentrums* kann man, bei Messungen in Gruben, dadurch erhalten, daß man mittelst des Deviations-Instruments die horizontal liegende neutrale Fläche aufsucht, denn diese Fläche geht durch das genannte Centrum und befindet sich also in gleicher Höhe mit diesem Punkt (vergleiche S. 121 1, c).

Natürlicherweise werden die Messungen unten in einer Grube bedeutend schwieriger anzustellen und anzuwenden als über der Erdoberfläche. Die Gegend, wo man sie mit Vortheil anstellen kann, muß in unmittelbarer Nähe des Instruments erzarm seyn. Um die Tiefe des *Erzcentrums* und die Lage der Masse im Uebrigen kennen zu lernen, scheinen indess solche unten in der Grube angestellten Messungen von großer Wichtigkeit werden zu können, nachdem man durch das von Prof. Daug gelieferte Modell ein besonders werthvolles Hülfsmittel erhalten hat, die Bedeutung der hiebei gefundenen Werthe des Deviationswinkels α zu erkennen.

Denkt man sich südlich von dem Erzstock eine Verticallinie in der Ebene des magnetischen Meridians liegend, so findet man unmittelbar aus dem genannten Modell, daß diese Linie sowohl die *Minimal-* als die *Maximalflächen* durchschneiden muß. Daraus folgt dann, daß bei Deviationsmessungen längs dieser Linie die Winkel α abnehmen

müssen, wenn die Tiefe unter der Erdoberfläche wächst, bis ein Minimumwinkel sich einstellt, in welchem Punkt die Verticallinie die entsprechende isodynamische Fläche berührt. Unter diesem Punkt müssen die Winkel unaufhörlich wachsen, bis der Winkel für die *neutrale* Fläche erhalten wird (S. 121, 1, c), in *welchem Fall der Beobachtungsort in gleicher Höhe mit dem Centrum des Erzker-
nes liegt*. Nachdem ferner die in Rede stehende Vertical-
linie Flächen unter viel größeren und größerm Winkelwer-
then getroffen, kommt sie endlich dazu, diejenige Fläche zu
tangiren, für welche längs der genannten Linie α ein *Ma-
ximum* ist, um später aufs Neue die Maximalflächen zu
durchschneiden, welche sie auf der anderen Seite der ho-
rizontalen Centralebene schon durchschnitten hat ¹⁾.

Um zu zeigen, daß dies mit der Wirklichkeit über-
einstimmt, will ich hier einige Messungen anführen, durch
welche ich die Richtigkeit der vorstehenden Aeußerung
über die Lage der isodynamischen Flächen nachweisen
und zugleich die Anwendbarkeit der angegebenen Methode
zur Bestimmung der Tiefe des Erzcentrums unter der Ho-
rizontalebene (Erdoberfläche) bestätigen kann, so weit diese
letztere sich mit Hülfe eines cylindrischen Magnetstabes
erweisen läßt.

Die Beobachtungen wurden angestellt mittelst eines
Deviations-Instruments, welches ich zum Behufe von Mes-
sungen auf dem Grubenfeld hatte anfertigen lassen; es
war in ganze Grade getheilt und die Zehntel wurden nach
Augenmaafs geschätzt. Bei allen Beobachtungsreihen stand
das Instrument unverrückt und *südlich* von einem verschieb-

- 1) Der Nutzen zu erfahren, ob auch *südlich* von einem Erzstock, obwohl
unter dessen Centrum, Maximalflächen vorkommen, ist in practischer
Hinsicht handgreiflich. Ohne Kenntniß hierüber würde man bei Mes-
sungen auf dem Boden eines Grubenschachtes von bedeutender Tiefe,
im Fall daselbst Maximalcurven vorkämen, zu der Annahme verleitet
werden können, daß sich auch *südlich* und *unterhalb* des Beobach-
tungsortes eine Erzmasse befände, obwohl der Maximalwinkel da-
selbst von dem *nördlich* und *oberhalb* des Beobachtungsortes verur-
sacht wird.

baren Magnetstab, welcher bei den beiden ersten Beobachtungsreihen in einer gegebenen Höhe über den Fußboden längs dem magnetischen Meridian verschoben wurde, bei den beiden letzten Versuchen, bei denen der Stab, der an einer Schnur hing, in einer der durch das Centrum der freien Nadel gehenden Ebene des magnetischen Meridians lothrecht erhöht oder gesenkt wurde.

Der Deviationswinkel des Instruments ging bis
36°,14,

wenn der Magnetstab aus dem Raum entfernt war. Dieser Winkel entspricht also dem Deviationswinkel der *neutralen* Flächen.

Berechnet man $\left(\frac{l}{c}\right)^2$ für die vier Reihen und wählt als *c*-Werth den kürzesten Abstand zwischen der Nadel und der Linie, längs welcher der Mittelpunkt des Stabes verschoben worden, so erhält man — wenn die halbe Länge *l* des Stabes gleich 0,2 Meter ist — respective

$$\left(\frac{200}{745}\right)^2 = 0,072; \quad \left(\frac{200}{965}\right)^2 = 0,043$$

$$\left(\frac{200}{700}\right)^2 = 0,082; \quad \left(\frac{200}{1000}\right)^2 = 0,040.$$

In der Tabelle I ist angegeben, daß der Minimumpunkt in dem Abstand 0,35 Meter südlich von der durch den Magnetstab gehenden Verticallinie liege. Die Gleichung (19) giebt in Folge deß die Tiefe des Magnetcentrums unter der Horizontalebene (*z*) des Instruments = 0,70 Meter; die directen Messungen ergaben dagegen = 0,745 Met. Die vier Reihen geben sonach folgende *z*-Werthe und Unterschiede zwischen den direct gemessenen und den aus den Deviationen berechneten *z*-Werthen.

Tabelle	Werthe von z		Differenz
	aus den Deviationen	aus den directen Messungen	
	Meter	Meter	Meter
1	0,700	0,745	-0,045
2	0,950	0,965	-0,015
3	0,350	0,375	-0,025
4	0,500	0,525	-0,025

Die Differenzen würden kleiner ausgefallen seyn, wenn man den Abstand vergrößert und die Deviationsbeobachtungen wiederholt hätte; aber das Angeführte zeigt schon, daß die Methode zum praktischen Behufe anwendbar ist ¹⁾. Natürlicherweise gilt dieß jedoch nur unter der Voraussetzung, daß was hier bei der Frage um einen cylindrischen Magnetstab gefunden worden, auch, wenigstens in gewissem Maasse, für Erzmassen gelte, ungeachtet deren Form eine ganz andere ist.

Die Tabellen 3 und 4 zeigen übrigens, daß die isodynamischen Flächen in der Ordnung auf einander folgen, wie es oben in Uebereinstimmung mit Prof. Daug's Modell angegeben worden ist.

Um einen Begriff von der *Größe der Erzmasse* zu erhalten, hat man mittelst der Formel (18) das magnetische Moment derselben zu berechnen, welches — obwohl es von einem Erzort zum andern wechselt und daneben von der Form der Masse abhängt — bei einer ersten Approximation als proportional der Masse angesehen werden kann. Setzt man in besagte Formel sowohl den aus den Devia-

- 1) Ich stelle mir vor, daß diese Art Messungen, verbunden mit Bohrversuchen, zu einem praktisch anwendbaren Resultat führen würden. Durch die Deviationsmessungen würde man nämlich die Tiefe des Centrums unter der Erdoberfläche erfahren, durch die Bohrversuche den zuoberst gelegenen Punkt des Erzlagers, falls diese Versuche längs der z -Axe stattfänden. Der Unterschied zwischen beiden Abständen würde also die halbe Ausdehnung des Erzkerne in verticaler Richtung angeben.

tionsbeobachtungen berechneten Werth von z als den Maximalwerth

$$\sin q \cos^4 q = \frac{16}{25\sqrt{5}}$$

auch den für die Gegend geltenden Werth von H , sowie die beiden für α_0 und α_{\min} gefundenen Werthe, so erhält man

$$M = 1,165 H z^3 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_{\min}} - 1 \right).$$

Wäre ferner die Frage: die Größe der Erzmassen zweier *benachbarten* Eisenlager mit einander zu vergleichen, so wird man unabhängig vom Werthe des H und von den Erzorten, vielleicht gleiche Formen bei ihnen annehmen können und mit größerer Sicherheit zwischen der Größe der beiden Erzmassen die Formel

$$\frac{M}{M'} = \left(\frac{z}{z'} \right)^3 \frac{\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_{\min}} - 1}{\frac{\operatorname{tg} \alpha'_0}{\operatorname{tg} \alpha'_{\min}} - 1}.$$

Einen experimentellen Weg zur Controlirung der eben vorgeschlagenen Bestimmungsweise von M kann ich indeß zur Zeit nicht geben. Es erfordert nämlich genauere Beobachtungen als ich gegenwärtig anzustellen vermag, weshalb ich diese Untersuchung auf eine andere Gelegenheit verschieben muß. Eine bereits angestellte, obwohl nur ungefähre, Bestimmung von M scheint indeß für die vorgeschlagene Methode zu sprechen.

Anmerkung. Um jedem Mißverständniß vorzubeugen, mag hier bemerkt seyn, daß im vorstehenden Aufsatz die Hauptrichtung der Erzmasse als *vertical* angenommen ward. Wäre sie dagegen *horizontal*, würde eine besondere Unterstützung nöthig seyn, welche Formeln dann anzuwenden wären; — doch darüber künftig.

Tabelle 1. $z = 0,745$ Met.

z	α	Anm.
Met.	°	
-0,15	32,85	Min.
-0,20	32,12	
-0,25	31,72	
-0,30	31,45	
-0,35	31,35	
-0,40	31,37	
-0,45	31,50	
-0,50	31,65	
-0,55	32,02	
-0,60	32,32	

Tabelle 2. $z = 0,965$ Met.

z	α	Anm.
Met.	°	
-0,30	34,17	} Min.
-0,35	34,00	
-0,40	33,90	
-0,45	33,87	
-0,50	33,87	
-0,55	33,90	
-0,60	34,02	
-0,65	34,07	
-0,70	34,17	
-0,75	34,33	

Tabelle 3. $z = -0,70$ Meter.

z	α	Anm.	z	α	Anm.
Met.	°		Met.	°	
+0,60	31,85	} Min.	0,00	36,07	Neutr. Fläche
0,55	31,50		-0,05	37,52	} Max.
0,50	31,22		-0,10	38,97	
0,45	31,00		-0,15	40,20	
0,40	30,87		-0,20	41,20	
0,35	30,86		-0,25	42,02	
0,30	31,00		-0,30	42,55	
0,25	31,25		-0,35	42,95	
0,20	31,85		-0,40	42,85	
0,15	32,60		-0,45	42,60	
0,10	33,55		-0,50	42,27	
0,05	34,82		-0,55	41,85	

Tabelle 4. $z = -1,00$ Meter.

z	α	Anm.	z	α	Anm.
Met.	°		Met.	°	
+0,70	34,40	} Min.	-0,05	36,53	} Max.
0,65	34,30		-0,10	36,90	
0,60	34,20		-0,15	37,10	
0,55	34,17		-0,20	37,23	
0,50	34,17		-0,25	37,57	
0,45	34,20		-0,30	37,80	
0,40	34,26		-0,35	38,00	
0,35	34,37		-0,40	38,20	
0,30	34,45		-0,45	38,22	
0,25	34,62		-0,50	38,37	
0,20	34,85	Neutrale Fläche	-0,55	38,22	
0,15	35,21		-0,60	38,22	
0,10	35,55		-0,65	38,09	
0,05	35,90		-0,70	38,06	
0,00	36,15				

**IX. Ueber die Gestalt der isodynamischen Flächen
um einen lothrechten Magnetstab;
von Th. Daug.**

(Aus Oefversigt af K. Vetensk Acad. Förhandl. 1874 No. 5
vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Schon vor einiger Zeit wurde ich vom Prof. Thalén aufgefordert, die *isodynamischen* Flächen um einen lothrechten Magnetstab zu untersuchen. Dieser Aufforderung habe ich bisjetzt in sofern entsprochen, als ich zur Veranschaulichung ihres Aussehens ein Modell construirte von der *neutralen* Fläche, von einer *Minimal*- und einer *Maximal*-Fläche, die alle zu einer Gruppe von isodynamischen Flächen gehören, deren Gleichung ist

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - 1} = 2r \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-1)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+1)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

und aus der allgemeinen Gleichung¹⁾ erhalten wird, wenn man annimmt

$$B = \operatorname{tg} \alpha_0 = 1; \quad l = 1; \quad \frac{M}{4H} = 1.$$

Von diesem Modell habe ich Photographien abnehmen lassen, welche mir am meisten geeignet schienen, eine Vorstellung von der Gestalt der in Rede stehenden Flächen zu geben.

Das Modell wurde auf folgende Weise verfertigt. In der angeführten Gleichung habe ich nacheinander gesetzt:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^3 \alpha} = 1; \quad \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \alpha} = 2,6; \quad \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \alpha} = 0,2$$

und somit erhalten

1) Siehe die vorhergehende Abhandlung (S. 120, Gleichung (8)).

die Gleichung der neutralen Fläche

$$\frac{x}{r} = r \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-1)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+1)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\},$$

die Gleichung für eine Minimalfläche

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} + 1,6} = 2r \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-1)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+1)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\},$$

die Gleichung für eine Maximalfläche

$$\frac{x}{r} \pm \sqrt{\frac{x^2}{r^2} - 0,8} = 2r \left\{ \frac{1}{[r^2 + (z-1)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+1)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}.$$

Darauf bestimmte ich für diese drei Fälle theils durch Construction, theils durch Rechnung, eine zum Behufe geschickte grössere oder kleinere Anzahl von Punkten in der Horizontalebene, belegen in einem Abstand von einander, der gleich war $\frac{1}{3}$ der angenommenen Einheit. Als ich die Construction anwandte, habe ich gesetzt:

$$\frac{r}{\sqrt{r^2 + (z-1)^2}} = \cos \vartheta$$

$$\frac{r}{\sqrt{r^2 + (z+1)^2}} = \cos \vartheta_1.$$

und somit auf eine Weise, die zu einfach ist, um beschrieben zu werden, durch Zeichnung, ohne Rechnung, die Lage der r und z entsprechenden Punkte gefunden. Bei der Berechnung, bei der es mir in einiger Hinsicht weniger befriedigend erschien, jedesmal auf die Constructionsmethode zurückzugreifen, habe ich die Gleichungen der Minimal- und Maximalflächen unter folgender Form geschrieben

$$P = \frac{1}{[r^2 + (z-1)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[r^2 + (z+1)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$x = \frac{r^2 P^2 - 0,4}{P}; \quad x = \frac{r^2 P^2 + 0,2}{P}.$$

Nachdem ich solchergestalt auf dem Papier eine hinreichende Anzahl von Horizontalsectionen bestimmt hatte, habe ich meine Zeichnungen auf Holzstifte übertragen, alle von gehöriger Dicke, habe diese nach den Zeichnungen

gen geformt und endlich die Stifte zu Flächen zusammengefügt, welche ich mit einem dünnen Kreidegrund überzog.

Ehe ich zur Erklärung der Figuren schreite, halte ich mich zu folgenden Bemerkungen verpflichtet. Aus den Gleichungen der isodynamischen Flächen erhellt

1) daß die zy -Ebene eine *Haupt-Diametralebene* für sämtliche Flächen ist, oder, mit anderen Worten, daß sie alle mit der y -Axe parallelen Chorden mitten durchschneidet, wenn man darin $-y$ statt $+y$ setzt;

2) daß der Anfangspunkt das *Centrum* der Flächen ist, so daß er alle durch ihn gezogenen Chorden mitten durchschneidet, was daraus entsteht, daß die Gleichungen unverändert bleiben, wenn man in denselben setzt $-x$, $-y - z$, statt x, y, z ;

3) daß die xy -Ebene in ihrer ganzen Erstreckung zu der *neutralen* Fläche gehört, obwohl sie in den Figuren ausgelassen ist;

4) daß die y - und z -Axen ganz und gar in der neutralen Flächen liegen;

5) daß die yz -Ebene die neutrale Fläche nach den y - und z -Axen tangirt und außerdem Asymptotebene zu derselben Fläche ist;

6) daß in den Figuren, welche eine Maximal- und eine Minimalfläche vorstellen, eigentlich *zwei congruente* Flächen jeder Art vorkommen müßten und daß man Lage und Ansehen, welche fortgelassen sind, findet, wenn man sich beide Figuren 180° um die y -Axe gedreht denkt.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1 Taf. II zeigt die neutrale Fläche in voller Vorderansicht. Der Augenpunkt liegt auf der positiven x -Axe. Ueber die Fläche sind zwei Drähte gebunden, von denen der längere die z -Axe und der kürzere die y -Axe bezeichnet; beide Axen liegen in ihrer ganzen Erstreckung in der Fläche. Der Magnetstab müßte seinen Platz haben zwischen dem Punkt, worin die unter der

y -Axen liegenden Spitzen zusammenlaufen und dem Punkt der z -Axe, welcher gleich hoch über der y -Axe liegt, d. h. zwischen den Punkten $x=0$, $y=0$, $z=-1$ und $x=0$, $y=0$, $z=1$. Links von der Fläche sind horizontale Striche gezogen. Der Abstand zwischen zwei derselben bezeichnet die Dicke der bei der Construction gebrauchten Stifte. Berücksichtigt man sie, so wird man finden, daß die Fläche sich erstreckt von $z=-2\frac{1}{2}$ bis $z=2\frac{1}{2}$. Die Formen einiger der Horizontalsectionen sieht man in Fig. 1 Taf. III. Dies deutet an, was auch aus der Gleichung für die neutrale Fläche hervorgeht, daß die yx -Ebene zugleich Tangent- und Asymptotebene zu der Fläche ist.

Fig. 2 Taf. II. Dieselbe Fläche gesehen nahe genug im ganzen Profil von einem nahe bei der y -Axe gelegenen Punkte aus und westlich vom magnetischen Meridian.

Fig. 3 Taf. II. Dieselbe Fläche gesehen in halber Vorderansicht.

Fig. 4 Taf. II. Diese Figur zeigt uns die neutrale Fläche, eine über der y -Axe liegende Maximalfläche, und eine unter der y -Axe belegene Minimalfläche, alles gesehen aus einem Punkt auf der positiven x -Axe. Die Form einiger der Sectionen, die man erhält, wenn diese Flächen von Horizontalebene geschnitten werden, sieht man auf Taf. III Fig. 1.

Die Figg. 5, 6, 7, Taf. II. Dieselben Flächen mehr oder weniger von der Seite gesehen, die beiden ersten aus einem Punkt östlich vom Meridian, die letzten aus einem Punkt westlich von demselben.

Fig. 8 Taf. II zeigt uns die Minimalfläche gesehen aus einem Punkt auf der positiven z -Axe.

Taf. III Fig. 1 giebt die Formen einiger der Horizontalsectionen der isodynamischen Flächen. Die Uebereinstimmung zwischen diesen und den isodynamischen Linien, welche Prof. Thalén durch directe Messungen gefunden hat ¹⁾, ist augenfällig.

1) *Oefversigt af K. Vet. Acad. Förhandl.* 1874, No. 2, p. 5.

Wie zuvor gesagt, habe ich mich, als ich die neutrale Fläche ausnahm, bei meinen Constructionen nur mit *einer* Maximal- und *einer* Minimalfläche beschäftigt. Durch Variation des Werthes von $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$ können indeß solche Flächen in unbegrenzter Anzahl erhalten werden. Diejenigen, welche man erhält, wenn man $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$ einen Werth größer als 1 giebt, sind alle Minimalflächen, welche einander umgeben und so zusagen hängen an den Spitzen der neutralen Flächen, zusammengedrängt an ihnen. Giebt man dagegen $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$ einen Werth kleiner als 1, so erhält man Maximalflächen, welche ebenfalls einander umschließen und mit ihren Spitzen zusammenlaufen in die Spitzen der neutralen Fläche. In der Grundform stimmen alle Minimalflächen mit einander überein, und dasselbe gilt von den Maximalflächen. Aus diesem Grunde hielt ich es bei Veranschaulichung ihres Ansehens für hinreichend, mich auf den zweiten der von mir behandelten Fälle zu beschränken.

X. Spectroskopische Notizen; von J. Norman Lockyer F. R. S.

(Vom Hrn. Verfasser übersandt aus den *Proceed. of the Roy. Soc.* 1874.)

I. Ueber den Beweis von Veränderungen der Molecularstructur der Dämpfe.

1. In einer früheren Notiz habe ich gezeigt, daß die Spectralwirkungen verschieden sind, wenn verschiedene Grade einer trennenden Kraft in Thätigkeit gesetzt werden.
2. In der gegenwärtigen Notiz will ich versuchen eine Beschreibung von einigen Untersuchungen zu geben,

- die mich zu dem Schlusse geführt haben, daß wenn man mit einer gewissen elementaren Materie anfängt, eine solche Masse von Materie fortwährend in kleine Theile zersplittert wird, je höher die Temperatur (oder die elektrische Einwirkung) steigt.
3. Der Beweis, auf dem ich mich stütze, wird durch das Spectroskop in der Region des sichtbaren Spectrums bestärkt.
 4. Um mit den äußersten Fällen zu beginnen: alle festen Körper geben uns continuirliche Spectra, alle Dämpfe, die durch einen Funken von hoher Tension hervorgerufen werden, geben Linien-Spectra.
 5. Das continuirliche Spectrum kann und wird wirklich beobachtet im Falle chemischer Verbindungen, während alle Verbindungen, die als solche bekannt sind, durch einen Funken von hoher Tension in ihre Elemente, aus denen sie zusammengesetzt sind, aufgelöst werden.

Wir sind deshalb berechtigt anzunehmen, daß ein Element im festen Zustande eine complexere Masse ist als ein Element im Dampfzustande, da sein Spectrum dasselbe ist wie das einer Masse, welche als zusammengesetzter bekannt ist.

6. Das Spectroskop zeigt uns die Grade, die zwischen diesen Extremen die Mitte halten.
- (α) Die Spectra verändern sich, indem wir von dem Inductionsstrom mit leydener Flasche zu dem Funken ohne leydener Flasche, zu dem Volta'schen Feuerbogen oder zu der höchsten Temperatur, die man durch Verbrennung zu erzielen vermag, übergehen. Die Veränderung ist immer in derselben Richtung und hier ist das Spectrum, welches wir von Elementen im Dampfzustande erhalten (ein durch Banden und Hellestellen charakteristisches Spectrum), wieder dem ähnlich, das wir von Dämpfen empfangen, deren zusammengesetzte Natur unzweifelhaft ist.

- (β) Bei hohen, durch Verbrennung hervorgebrachten Temperaturen, geben uns die Dämpfe einiger Elemente, welche uns weder Linien- noch canellirte Spectra bei jenen Temperaturen geben, obgleich wir unzweifelhaft Linienspectra erhalten, wenn Elektrizität angewendet wird (wie festgestellt in 4), ein continuirliches Spectrum am brechbareren Ende, während das wenig unbrechbare Ende unafficirt bleibt.
- (γ) Bei gewöhnlicher Temperatur wird das brechbarere Ende in einigen Fällen, wie beim Selen, absorbirt; in anderen Fällen wird das continuirliche Spectrum in Blau von einem continuirlichen Spectrum in Roth begleitet. Bei Anwendung von Hitze verschwindet das Spectrum in Roth, das in Blau bleibt zurück; ferner, wie Faraday durch seine Blattgolduntersuchungen gezeigt hat, können die Massen, die Blau absorbiren, isolirt werden von denen, die Roth absorbiren. Es ist wohl bekannt, daß viele Substanzen, die als zusammengesetzte bekannt sind, uns bei Auflösung eine Absorption in Blau, oder Blau und Roth geben und ebenso, daß bei Hinzufügung einer Substanz, welche zusammengesetzt ist, (wie Wasser) zu zusammengesetzten Substanzen, die Blau absorbiren, eine Absorption in Roth hinzubringen.
7. In solchen Fällen, welche mit dem was festgestellt worden ist, nicht übereinstimmen, muß man sich des beschränkten Raumes des sichtbaren Spectrums erinnern: Ich zweifle nicht, daß die einfachen Gase bei den gewöhnlichen Bedingungen der Temperatur und des Druckes eine Absorption im Ultraviolett haben, und daß sehr zusammengesetzte Dämpfe oft farblos sind, weil ihre Absorption jenseits des Roth ist, mit oder ohne Absorption von Ultraviolett. Glas ist hiervon ein gutes Beispiel; andere Beispiele wer-

den jedenfalls der Undurchsichtigkeit der Metalle entgegengesetzt gefunden werden.

8. Wenn wir annehmen, demgemäfs was bereits festgestellt worden ist, dafs die verschiedenen Spectra, auf die ich hingewiesen habe, wirklich von verschiedenen Molecular-Aggregaten hervorgebracht werden, so haben wir die folgende Reihe, welche von dem Einfacheren zu dem Zusammengesetzteren steigt.

Erstes Stadium der	}	Linien-Spectrum.
Molecular-Com- plexe		
Zweites Stadium	}	Cannellirtes Spectrum. Continuirliche Absorption des blauen Endes, jedoch nicht bis zum weniger brechbaren Ende reichend. (Diese Absorption kann sich in cannellirte Spectren auflösen.)
Drittes Stadium		
Viertes Stadium	}	Continuirliche Absorption am rothen Ende, welche jedoch nicht bis zum brechbareren Ende reicht. (Diese Absorption kann sich in cannellirte Spectren auflösen.)
Fünftes Stadium	}	Gleichmäfsig durchgehende continuirliche Absorption.

9. Ich werde in gegenwärtiger Notiz nur ein oder zwei Beispiele von dem Uebergange der Spectra von einer Stufe zu der anderen geben, indem ich bei dem 5. Grade beginne.

Von 5 zu 4.

1. Die Absorption der Dämpfe von K in der rothglühenden Röhre, die in einer anderen Notiz bereits beschrieben worden, ist zuerst continuirlich. So wie die Einwirkung der Hitze fortgesetzt wird, bricht das continuirliche Spectrum in der Mitte, ein Theil davon zieht sich in's Blaue zurück, der andere bis auf das Roth.

Von 4 zu 3.

1. Faraday's Untersuchungen des Blattgoldes zeigen dies am besten, aber ich glaube, daß meine Erklärung darüber durch Massen von zwei verschiedenen Arten von Complexität schon hinreichend ist ohne seine Folgerung (*Researches in Chemistry* S. 417), daß dieselben existiren in zwischenliegenden Gröſsen oder Proportionen.

Von 3 zu 2.

1. Schwefeldampf giebt zuerst ein continuirliches Spectrum am blauen Ende, beim Erhitzen löst es sich in ein cannellirtes Spectrum auf.
2. Die neuen Spectra von K und Na (auf die ich eingehender in der nächsten Notiz zu sprechen komme) erscheinen, nachdem die continuirliche Absorption im Blauen und Rothen verschwunden ist.

Von 2 zu 1.

1. In vielen Fällen sind die Spectra ohne leydenner Flasche cannellirt; wenn man die Flasche in den Strom bringt, wird das Linienspectrum hervorgebracht, während der abgekühltere äußere Dampf ein cannellirtes Absorptionsspectrum hervorbringt.
 2. Die neuen Spectra von K und Na verwandeln sich in das Linienspectrum (mit dicken Linien, die sich später verdünnen) in dem Grade wie die Hitze fortgesetzt wird.
- II. Ueber Molecular-Structur der Dämpfe in Verbindung mit ihren Dichtigkeiten.
1. Ich habe kürzlich versucht das Spectroskop auf die Frage anzuwenden, ob Dämpfe von Elementen unterhalb der höchsten Temperaturen wirklich homogen seyen und ob die Dämpfe von verschiedenen chemischen Elementen bei irgend einer Temperatur sich alle in einem ähnlichen Molecularzustande befinden. In dieser Notiz erlaube ich mir der K. Gesellschaft

die ersten Resultate meiner Untersuchungen zu unterbreiten.

2. Wir beginnen mit den folgenden Thatsachen:

- I. Alle Elemente, welche durch den Inductionsstrom in Dampf aufgelöst werden, geben Linien-Spectra.
 - II. Die meisten Elemente, welche durch den Volta'schen Flammenbogen in Dampf aufgelöst werden, geben uns ebenfalls Linien-Spectra.
 - III. Von Metalloïden geben, wenn stark erhitzt, einige schon bei gewöhnlicher Temperatur cannellirte Spectra.
 - IV. Elemente im festen Zustande geben uns continuirliche Spectra.
3. Wenn wir einräumen, daß Spectra die Vibrationen von verschiedenen Molecularaggregaten darstellen (diese Frage ist in voriger Notiz behandelt worden), so müßten uns spectroscopische Beobachtungen wichtige Thatsachen über diese Frage ergeben.
 4. Um den niedrigsten Standpunkt anzunehmen. Wenn bei vollständiger Unkenntniß dieses Gegenstandes gezeigt werden könnte, daß alle Dämpfe bei allen Graden der Temperatur Spectra gäben, die sich im Charakter absolut ähnlich wären, so würde es wahrscheinlicher seyn, daß alle Dämpfe homogen und ähnlich wären, was den Molecular-Zustand betrifft, als wenn die Spectra im Charakter differirten, nicht allein von Element zu Element, sondern von einer Temperatur zu einer anderen im Dampfe eines und desselben Elementes.
 5. Bei der Temperatur der umkehrenden Schicht der Sonne (*sun's reversing layer*) sind die Spectra aller in dieser Schicht als existirend bekannten Elemente wie es scheint ähnlich in Charakter, d. h. es sind alle Linien Spectra; hieraus ist es wahrscheinlicher, daß die Dämpfe dort wirklich homogen sind und daß sie alle in demselben Molecular-Zustande existiren wie wenn das Spectrum ein zusammengesetztes wäre.

6. Die Thatsache, daß die Ordnung der Dampfspannung in der Sonnenatmosphäre, die wir in einem gewissen Maasse durch spectroscopische Untersuchungen bestimmen können, nicht mit der Ordnung der neuen Atomgewichte der Elemente, aber besser mit den alten Atomgewichten, übereinstimmt, führte mich zu der gegenwärtigen Untersuchung. Ich darf erwähnen, daß meine früheren Beobachtungen des Aufwallens von Mg-Dampf in der Sonne über Na-Dampf kürzlich häufig durch Italiänische Beobachter bestätigt worden sind, so daß es also außer allem Zweifel ist, glaube ich, daß auf der Sonne die Dampfdichtigkeit von Mg geringer ist als die von Na.
7. Die Dampfdichtigkeiten der folgenden Elemente sind durch Experimente bewiesen worden:

H	1	S	32 (bei 1000°)
K	39	I	127
As	150	Hg	100
Br	80	N	14
Cd	56	O	16
Cl	35,5	P	62

8. Um diese Untersuchungen weiter zu verfolgen, sind folgende Vorrichtungen gemacht worden. Die ersten Experimente wurden im letzten December mit Zn in einer Glasröhre, an beiden Enden mit Glasplatten geschlossen, gemacht, und ich habe Herrn Dr. Russell noch meinen Dank auszusprechen, daß er erlaubte, sie in seinem Laboratorium auszuführen, und mir dabei seinen werthen Beistand und Rath zu leisten.

Ein Strom von trockenem H wurde eingelassen. Die Röhre ward in einem Hofmann'schen Gasofen erhitzt, nachdem Stücke von dem Metalle, das untersucht werden sollte, vorher eingeschoben worden waren. Man fand, daß die Glasröhre schmolz, sie wurde deshalb durch eine eiserne ersetzt. Die

Schwierigkeiten dieses Planes jedoch (entstanden aus der Nothwendigkeit, das Metall in das Ende der heißen Röhre einzuschieben, da das zuerst eingeschobene sich verflüchtigt hatte), überdies die ungenügende Hitze, die man durch den Gasofen erhielt, veranlaßten mich bald sowohl Röhre als Ofen durch andere zu ersetzen, welche nun seit vielen Wochen gebraucht worden sind und auch jetzt noch höchst befriedigend arbeiten.

Die eiserne Röhre ist 4 Fufs lang und mit einer centralen Erweiterung versehen, was mir durch Hrn. Dewar vorgeschlagen wurde. Diese Erweiterung bildet ein T-Stück, durch das Einschrauben einer Seitenröhre, deren Ende aus einer Klappe in der Ofendecke hervorragt. An jedem Ende der Hauptröhre sind Büchsen angeschraubt, die durch eine Glasplatte an einem Ende geschlossen sind. Jede Büchse hat eine kleine Seitenröhre, um Wasserstoff oder andere Gase durch die heiße Röhre gehen lassen zu können. Der Ofen wird mit Coaks oder Holzkohlen geheizt, eine elektrische Lampe, verbunden mit 30 Grove'schen Zellen, ist an einem Ende der Röhre angebracht und ein Spectroskop mit *einem* Prisma an dem anderen. Die Temperaturen, die man durch diesen Ofen erreichte, können bequem in vier Stufen getheilt werden.

- I. So lange das continuirliche Spectrum bis zur Natrium-Linie *D* reicht, diese Linie aber nicht sichtbar ist.
- II. So lange das continuirliche Spectrum ein wenig über *D* hinausreicht und diese Linie als eine helle Linie sichtbar ist.
- III. Wenn das Spectrum bis in das Grün hineinreicht und *D* sehr hell ist.
- IV. Wenn das Spectrum über Grün hinausreicht und *D* als Linie unsichtbar ist und die Seiten des Ofens rothglühend sind.

Ich will hinzufügen, daß ich erst während der

letzten Tage den dritten und vierten Grad der Hitze anwenden konnte, da der Ofen vorher ohne Schornstein war und der nöthige Zug nicht hervorgebracht werden konnte, und daß mir vor einiger Zeit durch Hrn. Prof. Roscoe mitgetheilt wurde, daß er mit einer weißglühenden Röhre neue Spectra in dem Falle von Na und K beobachtet hatte. Diese Spectra, die ich nun, wenn diese Temperaturen erreicht sind, fortwährend sehe, werde ich die „neuen Spectra“ nennen.

9. Die Resultate der Experimente, so weit sie dies sichtbare Spectrum zwischen den angegebenen Graden betreffen, mögen folgendermaßen festgestellt werden.

H Keine Absorption.

N Keine Absorption.

K Ich habe beobachtet entweder getrennt oder zusammen:

(α) Die absorbirte Linie bei *D*.

(β) Continuirliche Absorption durch das ganze Spectrum hindurch.

(γ) Continuirliche Absorption im Roth und Blau zu gleicher Zeit, das Licht wird in das Centrum des Spectrums fortgepflanzt (wie bei Blattgold).

(δ) Continuirliche Absorption, an einer oder der anderen Seite der Linie. (Dieses Phänomen ist so viel ich weiß ganz neu und wird in einer andern Notiz beschrieben werden.)

(ϵ) Das neue Spectrum.

Na Ich habe bemerkt, entweder getrennt oder zusammen:

(α) *D* absorbirt.

(β) Continuirliche Absorption durch das ganze Spectrum hindurch.

(γ) Continuirliche Absorption auf der einen oder der andern Seite der *D*-Linie.

(δ) Das neue Spectrum.

Zn Continuirliche Absorption im Blau (eine unbekannte Linie erscheint zuweilen im Grünen, aber gewiß keine Linie von *Zn*).

- Cd Continuirliche Absorption im Blauen.
 Sb Neues Spectrum mit cannelirten Räumen und Absorption im Blauen.
 P Dasselbe (dieses jedoch verlangt der ungemeinen Zartheit des Spectrums wegen noch Bestätigung).
 S Cannelirtes Spectrum (vorher beobachtet durch Salet).
 AS Wahrscheinlich cannelirtes Spectrum (Beobachtungen, die wiederholt werden müssen).
 Bi Keine Absorption.
 I Cannelirtes Spectrum im Grünen und intensives Band von allgemeiner Absorption im Violett, wo der Dampf bei gewöhnlicher Temperatur Licht durchläßt.

Hg Keine Absorption.

10. Diese Resultate mögen folgendermaassen aufgestellt werden.

	Dampf- Dichte	Neues Atomgewicht	
H	1	1	Keine sichtbare Absorption.
K	39	39	Linien-Absorption.
As	150	75	Wahrscheinlich canelirte Absorption.
Cd	56	112	Continuirliche Absorption im Blauen.
J	127	127	Cannelirte Absorption + Band von Absorption im Violett.
Hg	100	200	Keine Absorption.
N	14	14	Keine Absorption.
P	62	31	Cannelirtes Spectrum wahrscheinlich.
Na	(?)	23	Linien-Absorption.
Zn	(?)	65	Continuirliche Absorption im Violett.
Sb	(?)	122	Cannelirtes Spectrum und Absorption im Blauen.
S	32	32	Cannelirtes Spectrum.
Bi	(?)	208	Keine Absorption.

11. Aus dem Vorhergesagten wird man ersehen, daß, wenn gleichartige Spectra ähnliche Molecular-Zustände anzeigen, dann die Dämpfe, deren Dichtigkeiten bekannt sind, nicht untereinander in demselben Molecular-Zustande seyn können. So geben uns die Dämpfe von K, S und Cd, beim 4^{ten} Hitze-Grade ein Linien-, ein cannelirtes Spectrum und eine continuirliche Absorption im Blauen respective. Dies beweist auch, daß jeder Dampf eine beträchtliche Zeit hindurch nicht homogen ist, und diese Zeit wächst, so wie die Temperatur sinkt.

XI. Ueber die Wärmervertheilung im Normal-spectrum; von G. Lundquist.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Oefversigt af K. Vetensk. Acad. Handl.* 1874, No. 10.)

Seit W. Herschel's Zeiten ist die Frage nach der Wärmervertheilung im Sonnenspectrum Gegenstand der Aufmerksamkeit mehrer Forscher gewesen. Bei ihren Untersuchungen befolgten sie der Hauptsache nach dieselbe Methode. Mittelst eines Prismas von Glas oder Steinsalz wurde ein Spectrum gebildet, in dasselbe eine sehr kleine, mit einem Multiplicator verbundene Thermosäule eingeführt und der bei Verschiebung der Säule längs dem Spectrum erfolgende Ausschlag als Maafs der Wärme-Intensität in den einzelnen Punkten angesehen. Diese Methode ist zuletzt von Lamansky angewandt und bedeutend verbessert worden¹⁾. Die Resultate, zu welchen man auf diese Weise gekommen ist, sind hauptsächlich folgende. Die Wärme-Intensität, welche im Violett unmerklich ist, steigt ziemlich rasch, so wie man zu dem

1) Pogg. Ann. 1872, Bd. 146, S. 200.

leuchtenden Theile des Spectrums übergeht und nähert sich ihrem Maximum gleich hinter dem rothem Ende, um weiterhin wieder abzunehmen. In der Nähe des Maximums liegen drei breite Absorptionsstreifen, die von J. Herschel zuerst nachgewiesen sind ¹⁾. Nach derselben Methode hat Lamansky auch das Spectrum des Kalklichtes und Tyndall ²⁾ das des elektrischen Lichts untersucht. In diesem ist die Wärme auf eine ähnliche Weise wie im Sonnenspectrum vertheilt, doch fehlen darin die eben genannten Absorptionstreifen. Dessenungeachtet ist die Intensität bei den ultra-rothen Strahlen bedeutend gröfser als im Sonnenspectrum.

Diese beim Dispersionsspectrum gefundenen Resultate sind jedoch nicht, wie J. W. Draper gezeigt ³⁾, unmittelbar auf das Normalspectrum anwendbar. In diesem letzteren Spectrum, in welchem die Strahlen nach ihrer Wellenlänge geordnet sind, ist nämlich die Dispersion constant und die Strahlen fallen also gleich dicht auf eine gewisse Fläche, wo diese auch im Spectrum liegen mag. In dem Dispersionsspectrum verhält es sich anders. Die Dispersion variirt von Punkt zu Punkt, nimmt zu in demselben Maafse wie die Wellenlängen kürzer werden, und in Folge deß liegen z. B. die rothen Strahlen dichter zusammen als die violetten. Hieraus folgt, daß die Wärmevertheilung im Normalspectrum ganz verschieden seyn muß von der vorhin beschriebenen im Dispersionsspectrum. Da es besonders in theoretischer Hinsicht von großer Wichtigkeit ist, die erstere kennen zu lernen, so hat Draper schon vor langer Zeit versucht, nach der oben beschriebenen Methode, die Wärmevertheilung in einem durch Diffraction gebildete Spectrum direct zu bestimmen ⁴⁾. Wegen der Geringfügigkeit der Wärmewirkungen kam er indess nicht zu einem befriedigenden Resultat. Jedoch

1) *Phil. Transact.* 1840, p. 52.

2) *Ib.* 1866, p. 1.

3) *Phil. Mag.* 1872, (4), XLIV, p. 104.

4) *Phil. Mag.* 1857, (4), XIII, p. 153.

glaubte er gefunden zu haben, daß das Maximum in der Nähe der Linie *D* liege, also ungefähr in der Mitte des Spectrums, und daß von dort die Intensität nach beiden Seiten hin abnehme.

Neulich hat er zu demselben Zweck eine Methode angewandt, deren Hauptcharakter folgender ist ¹⁾. Da in Folge von atmosphärischen Einwirkungen die ultra-rothen und die ultra-violetten Strahlen bedeutenden Veränderungen unterworfen sind, so hat er seine Messungen auf das leuchtende Spectrum beschränkt. Als Gränzen für dieses nimmt er die Linien *A* und *H*, an. Die Wellenlänge der ersteren ist 7604, die der letzteren 3933. Die Mittelzahl dieser oder 5768 repräsentirt also die Wellenlänge für die mittelsten Strahlen des Lichtspectrums. Alle Strahlen, deren Wellenlängen zwischen 7604 und 5768 liegen, wurden in einem Brennpunkt vereinigt, alle übrigen in einem anderen, und die Wärme-Entwicklung in diesen beiden Brennpunkten wurde durch einen Thermo-Multiplicator verglichen. Das Resultat einer Menge auf diese Weise angestellter Versuche war: daß die Wärme-Intensität in beiden Brennpunkten gleich war, folglich in beiden Hälften des Lichtspectrums gleich viel Wärme entwickelt wurde. Mit Uebergehung seiner früheren Ansicht über ein Maximum bei *D*, glaubt Draper, es folge hieraus, daß die Wärme-Entwicklung dieselbe sey für alle Strahlen, was jedoch nicht als richtig betrachtet werden kann, da diese Methode die Frage über die Wärmevertheilung unentschieden läßt.

Da, wie schon erwähnt, die bisjetzt bekannten experimentellen Hülfsmittel nicht empfindlich genug sind, diese Vertheilung auszumitteln, so dürfte folgende Methode, sie aus den vorhandenen Beobachtungen zu berechnen, nicht ohne Interesse seyn.

Angenommen, es werde dieselbe Wärmemenge *q* einmal in dem Dispersions- und das andere Mal in dem Normalspectrum entwickelt. Als Ausdruck für die Wärme-

1) *Phil. Mag.* 1872, *XLIV*, p. 104.

Intensität u' in einem beliebigen Punkte des Dispersions-
spectrum's erhält man dann

$$u' = \frac{dq}{dw},$$

wo w die Fläche bezeichnet, welche das Spectrum ein-
nimmt. Setzt man dessen Höhe = 1 und bestimmt die
Lage eines Strahls durch dessen Abstand x von z. B. der
Linie D , positiv gerechnet nach dem Roth hin, so wird

$$u' = \frac{dq}{dx} = f(x).$$

Auf dieselbe Weise erhält man für die Intensität im
Normalspectrum

$$u = \frac{dq}{d\lambda},$$

worin λ die Wellenlänge bezeichnet.

Der Zusammenhang zwischen x und λ ist leicht zu
finden. Wenn man nämlich annimmt, daß der Brechungs-
index μ mit hinreichender Genauigkeit durch die beiden
ersten Glieder der Cauchy'schen Dispersionsformel wie-
dergegeben werde, so hat man

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta)}{\sin \frac{1}{2}\alpha} = \mu = a_0 + \frac{a_1}{\lambda^2} \dots \dots (1),$$

wo α den brechenden Winkel des das Spectrum bildenden
Prisma bezeichnet, δ den Deviationswinkel, und a_0 und a_1
Constanten.

Setzt man den Werth von δ , welcher der Linie D
entspricht, = δ_0 , so erhält man:

$$x = k(\delta_0 - \delta) \dots \dots \dots (2),$$

worin k eine Constante ist.

Wenn man zu beiden Seiten eines Punkts, dessen
 $x = x_1$, ein Stück = $\frac{1}{2}\varepsilon$ nimmt, so fällt auf das Rechteck,
dessen Basis = ε und dessen Höhe dem Spectrum gleich
ist, eine Lichtmenge, die gegeben ist durch das Integral

$$\int_{-1}^{+1} f(x_1 + \xi) d\xi.$$

Ist dieses Rechteck die Vorderseite einer Thermosäule, so wird der Ausschlag des zugehörigen Multiplicators, also auch die beobachtete Wärmewirkung y proportional diesem Integral. Bezeichnet c eine Constante, so hat man also

$$y = c \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} f(x_1 + \xi) d\xi.$$

Unter Voraussetzung, die Breite ε sey sehr klein, kann man setzen

$$f(x_1 + \xi) = f(x_1) + \xi f'(x_1) + \frac{\xi^2}{2} f''(x_1),$$

woraus

$$y = c\varepsilon \left\{ f(x) + \frac{\varepsilon^2}{24} f''(x) \right\},$$

wo x ohne Index gelassen ist, da der Ausdruck für irgend welchen Punkt gilt.

Die Frage ist nun zunächst die: daß wenn der Zusammenhang zwischen x und y durch eine Curve ausgedrückt ist, daraus $f(x)$ oder u' zu bestimmen. Dieß geschieht am einfachsten durch eine Anweisung von Strutt¹⁾. Durch Differentiation der obigen Gleichung erhält man

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = c\varepsilon \left\{ f''(x) + \frac{\varepsilon^2}{24} f''''(x) \right\}.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit $\frac{\varepsilon^2}{24}$ und subtrahirt sie von der vorhergehenden, so kommt

$$y - \frac{\varepsilon^2}{24} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = c\varepsilon f(x) = c\varepsilon u',$$

wenn man das Glied, welches ε^5 enthält, fortläßt.

Die Werthe von y , welche $x_1 - \frac{1}{2}\varepsilon$ und $x_1 + \frac{1}{2}\varepsilon$ entsprechen, sind respective

$$y_1 - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)_1 + \frac{\varepsilon^3}{8} \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_1 \quad \text{und} \quad y_1 + \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)_1 + \frac{\varepsilon^3}{8} \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_1,$$

wo y_1 usw. dem Punkte x_1 entsprechen. Das arithmetische Mittel η aus diesen beiden Werthen von y wird dann

1) *Phil. Mag.* (1871) (4), XLII, p. 441.

$$\eta = y + \frac{\epsilon^2}{8} \frac{d^2 y}{dx^2},$$

wo die beiden Indices fortgelassen werden können. Eliminiert man $\frac{d^2 y}{dx^2}$ mittelst dieser Gleichung aus der vorhergehenden, so erhält man:

$$c \epsilon u' = y + \frac{y - \eta}{3}.$$

Das letzte Glied dieser Gleichung giebt also die Correction, welche an y deshalb angebracht werden muß, weil die Breite der Säule nicht unendlich klein ist.

Man hat ferner

$$u = \frac{dq}{d\lambda} = \frac{dq}{dx} \cdot \frac{dx}{d\lambda} = u' \frac{dx}{d\lambda}.$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) erhält man:

$$\frac{dx}{d\lambda} = 4k a_2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \frac{1}{\lambda^3 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \delta)}.$$

Als Ausdruck für die Licht-Intensität im Normalspectrum erhält man folglich

$$u = \frac{4k a_2 \sin \frac{1}{2} \alpha}{c \epsilon} \cdot \frac{1}{\lambda^3 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \delta)} \left(y + \frac{y - \eta}{3} \right)$$

oder

$$u = C \frac{1}{\lambda^3 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \delta)} \left(y + \frac{y - \eta}{3} \right) \quad . \quad . \quad (3),$$

wo C eine Constante ist, deren Werth willkürlich ist, da die Bestimmungen von y und u nur relativ werden können.

Mit Hülfe dieser Formel habe ich u für das Normalspectrum der Sonne berechnet, und dabei Lamansky's Beobachtungen ¹⁾ als die neuesten und besten zum Grunde gelegt.

a) *Spectrum mit Steinsalzprisma.* In Fig. 5 der zu Lamansky's Abhandlung gehörigen Taf. V ist die y -Curve auf Grund der mit dem Steinsalzprisma erhaltenen Beobachtungen construirt. Hieraus erhält man den einen x -Werth am besten entsprechenden Werth von y durch directe Messung. Die Correction für die Breite der Säule

1) Pogg. Ann. Bd. CXLVI, S. 200.

ist nur an den Spitzen und schärferen Krümmungen der Curve merkbar. Es war nämlich ε nur $\frac{1}{4}$ Mm., während die Breite des ganzen Spectrums etwa 30 Mm. betrug.

Da über die Wellenlängen der ultra-rothen Strahlen keine Bestimmungen vorhanden sind, so wurde der Zusammenhang zwischen x und λ auf folgende Weise ermittelt. Der Brechungsindex des Steinsalzes für die drei Wasserstofflinien α , β , γ ist von Haagen bestimmt¹⁾ und zwar zu

$$1,54046 \quad 1,55319 \quad 1,56056.$$

Aus diesen Werthen, verbunden mit den entsprechenden Wellenlängen

$$656,2 \quad 486,1 \quad 434,0$$

ausgedrückt wie überall die Wellenlängen im Folgenden, in Millionteln eines Millimeters, erhält man als Werth der Coëfficienten a_0 und a_2 in der Formel (1)

$$a_0 = 1,5248 \quad \log a_2 = 3,82753.$$

Mit dieser Formel berechnet man die Brechungsindexe für die in der Figur angegebenen Linien D , E , F , G und construirt mit diesen Indices als Ordinaten und den entsprechenden x -Werthen als Abscissen eine Curve, welche sich als ganz wenig von der geraden Linie abweichend er giebt. Hiebei kann jedoch der x -Werth der E -Linie nicht gebraucht werden, weil die Lage dieser Linie nicht ganz richtig angegeben ist in der Figur. Um die Curve auch über D hinaus fortsetzen zu können, habe ich, in Ermanglung anderer Angaben und wegen Unbedeutendheit der Absorption im Steinsalz, die Annahme gemacht, daß dem Punkt, worin die y -Curve die x -Axe schneidet, ein so großer Werth von λ entspreche, daß man für diesen Punkt setzen kann $\mu = a_0$, um so eher als die gerade Linie, welche diesen Punkt mit dem Punkt D verbindet, zusammenfällt mit der Tangente an ebengenannter Curve im letzteren Punkt. Mit Hülfe dieser Linie kann der Brechungsindex für einen beliebigen x -Werth erhalten werden, mit welchen, da der Brechungsindex bekannt

1) Pogg. Ann. 1867, CXXXI, S. 123.

ist, sich hernach λ aus der Formel (1) herleiten läßt. Bei Berechnung von $\frac{1}{2}(\alpha + \delta)$ aus derselben Formel ist α zu 60° angenommen worden. In untenstehender Tabelle finden sich die zusammengehörigen Werthe von x und λ für eine Reihe von Punkten.

Das Resultat der gemachten Berechnungen ist in der Curve SS Fig. 2 Taf. III enthalten, worin die Wellenlängen die Abscissen und die entsprechende n -Werthe die Ordinaten sind. Diese Intensitäts-Curve zeigt, wie zu erwarten, ein ganz anders Ansehen als die für das Dispersionsspectrum. Der Maximalpunkt ist in den leuchtenden Theil des Spectrums geschoben bis zu einem Punkt nahe E . Die Absorptionsstreifen in dem dunklen Theil sind auch hier ganz merkbar, obgleich nicht so ausgeprägt wie im Dispersionsspectrum.

b) *Spectrum mit Flintglasspectrum.* — Hieher gehört Fig. 2 Taf. V der Lamansky'schen Abhandlung. Da die Brechungsindices des angewandten Flintglasprismas nicht angegeben sind, so habe ich die für Fraunhofer's Flintglas No. 30 geltenden ¹⁾ angenommen und daraus folgenden Werth für die Coëfficienten

$$a_0 = 1,6033, \log. a_2 = 3,98174$$

hergeleitet. Mit den Brechungsindices der Linien D, F, G als Ordinaten und den entsprechenden x -Werthen als Abscissen wurde wie zuvor, eine Curve construiert. Die Lage der Linie E , wie die von b , ist auch hier unrichtig angegeben, weshalb diese Linien nicht bei der Construction in Betracht gezogen wurden. Wie im früheren Fall fehlen auch hier die nöthigen Angaben, um die Curve jenseits D fortzusetzen. Ich habe deshalb angenommen, daß die im Flintglasspectrum dem Roth zunächst liegenden Maximal- und Minimal-Punkte, auf welche die Absorption des Flintglases keinen so großen Einfluß ausübt, sehr nahe dieselben seyen wie die entsprechenden Punkte in dem Dispersionsspectrum des Steinsalzes. Uebrigens ist in diesem Falle die Berechnung nicht auf die

1) Denkschr. d. Münch. Akad. V, S. 211 (1814 — 15).

weit auferhalb des Lichtspectrums liegenden Punkte ausgedehnt, da den Beobachtungen dieser wegen der Absorption die Allgemeingültigkeit abgeht. Der Werth von α ist auch hier $= 60^\circ$.

Es muß bemerkt werden, daß wenn auch, wie wahrscheinlich, die angegebene Werthe von μ nicht ganz der Wirklichkeit entsprechen, auch die gewählte Dispersionsformel nicht ganz genau ist, dieß bei der angewandten Verfahrungsweise nicht wesentlich einwirkt auf die Bestimmung der zusammengehörigen Werthe von α und λ .

Die Curve $S'S'$ (Fig. 2 Taf. III) giebt die auf diese Weise erhaltene Wärmevertheilung an. Der Maximalpunkt liegt in der Nähe von D und die Curve sieht ähnlich wie die vorhergehende aus.

Die von Lamansky angegebene Gränze des rothen Endes im Lichtspectrum wird nach dessen Berechnungen im Steinsalzspectrum $= 662$ und im Flintglasspectrum $= 659$. Das Mittel aus diesen Werthen ist in Taf. III Fig. 2 durch eine punktirte Linie angedeutet.

Steinsalz		Flintglas	
α	λ	α	λ
49,1	1436	39,2	922
45,8	1245	37,0	870
44,3	1176	34,7	837
42,2	1101	32,1	800
39,8	1029	30,6	782
37,0	962	28,8	760 A
35,0	922	26,0	732
31,8	868	20,3	687 B
29,4	831	15,4	656 C
26,8	797	0	589 D
23,7	760 A	-10,4	559
15,5	687 B	-23,5	527 E
11,4	656 C	-34,9	503
0	589 D	-43,8	486 F
-7,8	554	-60,3	460
-14,7	527 E	-82,2	431 G
-27,6	486 F		
-48,2	431 G		
-64,4	394		

Fasst man die erhaltenen Resultate zusammen, so kommt man zu dem Schluß, *dass die im Normalspectrum der Sonne entwickelte Wärme ihren Sitz ungefähr in der Mitte des leuchtenden Spectrums hat und von da nach beiden Seiten abnimmt*. Diefß stimmt mit Draper's älterer Ansicht überein und erklärt auch vollkommen das später von ihm gefundene experimentelle Resultat.

Geht man von dem Satze aus, daß Licht und strahlende Wärme identisch seyen, so findet man also, daß die gelben Sonnenstrahlen nicht nur den stärksten Eindruck auf das Auge machen, sondern auch wirklich die größte Lichtstärke besitzen.

Endlich habe ich auch eine ähnliche Berechnung ausgeführt für die von Tyndall¹⁾ bestimmte Curve der Wärmevertheilung im Dispersionsspectrum des elektrischen Lichts. Da hier alle festen Linien fehlen, so mußte die Berechnung noch mehr eine ungefähre werden. Sie gründet sich auf die Annahme, daß die Gränze des lichten Spectrums nach Tyndall, auf Fig. 3 seiner Abhandlung mit der Linie *AB* bezeichnet, zusammenfalle mit der Lamansky'schen, und daß folglich deren Wellenlänge 660 betrage, sowie ferner die Wellenlänge des Punktes *E* in derselben Figur = 470 sey.

Das Resultat der Rechnung erhellt aus Curve *EE* (Taf. III, Fig. 2). Der Maximalpunkt ist hier bis *A* verschoben und liegt also fortwährend außerhalb des lichten Spectrums. Experimente mit elektrischem Licht, analog wie die von Draper mit Sonnenlicht angestellten, müßten folglich für die Wärme-Entwicklung im Lichtspectrum nicht gleiche Werthe in beiden Hälften ergeben.

1) *Philosoph. Transact.* 1866, p. I.

**XII. Ueber die Anziehungs- und Abreisungszeit der Elektromagneten;
von Dr. Schneebehi.**

(Aus d. *Bull. de la Soc. d. scienc. nat. de Neuchâtel* T. X, vom
Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Bei Untersuchungen telegraphischer Linien berücksichtigt man gemeiniglich nur die Intensität des Stroms, welcher zu der fernen Station gelangt. Allein die einfachsten Versuche zeigen uns zur Evidenz, daß zwischen den an telegraphischen Linien erhaltenen Resultaten und den in unseren Laboratorien beobachteten ein ziemlich beträchtlicher Unterschied existirt, unter Umständen, die auf den ersten Blick identisch zu seyn scheinen.

Beispiel: Ein Translations-Relais geht zuweilen, während schlechten Wetters, sehr langsam bei einer Entfernung von 100 oder 200 Lieues, läßt nur einen Strom von z. B. 12° ankommen; wogegen dasselbe Relais unter anscheinend identischen Umständen mit derselben Strom-Intensität im Laboratorium ungemein rasch arbeitet.

Der Zweck dieser Arbeit ist zunächst, die Ursachen dieser Erscheinungen zu studiren, die nur der verzögerten Einwirkung der Telegraphen-Ströme auf die Magnete zugeschrieben werden können.

Die einzigen Versuche zur Aufklärung dieser Verhältnisse sind von Hipp gemacht.

Hipp behandelte diese Frage in zwei Abhandlungen in den „*Mittheilungen der Berner naturforschenden Gesellschaft*.“ — Ich erlaube mir hier einen Auszug daraus zu geben, der als Ergänzung dieses Aufsatzes dienen kann.

In der ersten dieser Abhandlungen¹⁾ theilt Hipp die Resultate zahlreicher Versuche mit, die er mit dem von ihm erfundenen Translations-Relais angestellt hat. Er

1) Mittheilungen d. naturf. Gesellschaft in Bern 1853, S. 113.

mißt die Zeit, die verfließt zwischen dem Moment der Herstellung des Stroms und dem Moment, da das Translations-Relais den Strom für die folgende Station schließt. Die Versuche gaben im Wesentlichen folgende Resultate.

Die Zeit, welche zwischen der Herstellung der beiden Ströme verfließt, nimmt zu mit der Spannung der Feder. In der folgenden Tafel bezeichnet: a die Spannung der Feder, b die Zeit gemessen durch das Chronoskop in Tausendeln der Sekunde, n die Anzahl der bei zwei verschiedenen Versuchsreihen angewandten Elemente.

a	b	
	$n=6$	$n=2$
5 Grm.	16	31
10 "	17	31
20 "	18	33
50 "	20	38
100 "	21	44
200 "	24	58
300 "	26	68
400 "	29	83
500 "	30	99

Aus dieser Tafel ziehen wir eine ziemlich wichtige Folgerung.

Gesetzt die in obiger Tafel angegebene Zeit b sey in zwei Perioden getheilt, nämlich:

1. Eine Periode, die verfließt zwischen dem Moment der Herstellung des Stroms und dem Moment, wo die Anziehungskraft des Elektromagnets eine der Spannung der Feder gleiche Stärke erlangt, d. h. dem Moment, da der Anker seine Bewegung beginnt. — Nennen wir diese Periode die der Magnetisirung.

2. Eine zweite Periode, welche die Zeit bis zum Moment der Berührung des Translationshebels umfaßt: die Periode der Bewegung.

Diese zweite Periode kann als beinahe constant betrachtet werden, da der durchzulaufende Abstand derselbe

bleibt und die zu überwindende Kraft fast ebenso zunimmt wie die Anziehungskraft. Es ist also wahrscheinlich, daß die Veränderung der ganzen Periode nur der Veränderung ihres ersten, von der Spannung der Feder abhängigen Theils zuzuschreiben ist. Daraus ergiebt sich dann die Folgerung: *Die Zeit, welche erforderlich ist den Kern so zu magnetisiren, daß er die Spannung der Feder überwältigen kann, ist proportional dieser Spannung.*

In einem zweiten Aufsatz in den *Berner Mittheilungen*¹⁾ giebt Hipp das Resultat einer Versuchsreihe, das auf den ersten Blick etwas seltsam erscheint. Als er den Strom eines großplattigen Elements von 20° durch die Drahtrollen eines Morse'schen Schreib-Apparats leitete, konnte er im Maximum 16 deutliche Punkte erhalten; während er mit dem gleich starken Strom einer Batterie von 12 Elementen bis 26 deutliche Punkte bekommen konnte. Hr. Hipp schließt hieraus, daß der Magnetismus durch den Strom einer Batterie von 12 Elementen rascher entwickelt werde.

Die interessanten Resultate dieser Versuche und ihre praktische Wichtigkeit haben mich veranlaßt diese Untersuchungen vorzunehmen.

I.

Um den Zweck zu erreichen, welchen ich mir vorgesetzt hatte, modificirte ich zunächst die Bedingungen des Versuchs, um sie denen, welche in Wirklichkeit bei Telegraphenlinien vorkommen, zu nähern. Der Morse'sche Apparat, dessen ich mich bei diesen Versuchen zuletzt bediente, war eingeschaltet in eine Abzweigung des Stroms der Linie, wie es die Figur darstellt²⁾.

1) Mittheil. d. Berner Naturf. Gesellschaft 1855, S. 190.

2) Bei den Versuchen, die Hipp mit seinem chemischen Telegraphen machte, bemerkte er oft, daß die chemischen Zeichen an der Ankunftsstation nicht mehr deutlich waren, sobald die Station etwas entlegen und folglich die Intensität des Stroms bedeutend geschwächt war. Mit einem Strom von gleicher Intensität wie der Strom der

Die Intensität des Stroms, der zum Morse'schen Apparat gelangt, wird nicht nur durch eine Telegraphenbussole, sondern noch durch ein Wiedemann'sches Spiegelgalvanometer gemessen. Die Abzweigungen des Linienstroms zum Boden sind repräsentirt durch den Rheostat w_3 , welcher sich zwischen den Rheostaten w_1 und w_2 befindet, die die Telegraphenlinien andeuten. Die Busssole a giebt die Intensität des Stroms an, der von der ersten Station ausgeht.

Diese Anordnung erlaubt uns die Fälle nachzuzahlen, welche bei Telegraphenlinien vorkommen können. Wir können den Widerstand der Abzweigung zum Boden so gut wie die Lage dieser Abzweigung auf der Telegraphenlinie verändern und gleichzeitig die Intensität des von der ersten Station ausgehenden Stroms und die des zur zweiten Station anlangenden Stroms beobachten.

Die Abzweigung, welche die Telegraphenlinie mit dem Boden verbindet, bestand anfangs aus einem mit gesäuertem Wasser befeuchteten Faden, der später durch einen Rheostat ersetzt ward, um die Veränderungen des Widerstandes zu erleichtern.

Das Hipp'sche Chronoskop diente zur Messung der Zeit, die verfloß zwischen dem Moment, da man den Strom der Telegraphenlinie schloß, und dem Moment, da der Hebel der Morse'schen Translation den Strom des Chronoskopes herstellte. Die Fig. 6 Taf. VIII im Heft VI giebt die Details.

Aus der Figur ersieht man, daß man für das Chronoskop eine zweite Säule angewandt hat; die Intensität dieses Stroms, von dem die Genauigkeit der Versuche

Telegraphenlinie, der durch die Abzweigungen Verluste erlitten hatte, konnte er in seinem Laboratorium deutliche Zeichen leicht geben. Allein sobald er die beiden Drähte, die zu seinem Schreibapparat gingen, durch eine feuchte Schnur verband, die eine Abzweigung machte, hatte er durchaus dieselben Phänomene, welche die Telegraphenlinien darboten. Es ist besonders diese Beobachtung des Hrn. Hipp, welche mich veranlaßt hat, diese Untersuchungen auch mit magneto-elektrischen Apparaten vorzunehmen.

abhängt, konnte in jedem Augenblick durch eine Bussole gemessen werden.

Ein gewöhnlicher Taster L diente zur Unterbrechung und Herstellung der Ströme der Linienbatterie, die aus 36 kleinen Daniell'schen Elementen bestand.

II.

Nach dieser Anordnung der Apparate suchte ich die folgende Aufgabe zu lösen.

Ist die Zeit, welche verfließt zwischen dem Moment der Herstellung des Stroms und dem Moment, wo der Anker den Translationscontact berührt, abhängig von dem Widerstand der Abzweigung, wenn die Intensität des durch den Morse fließenden Stroms dieselbe bleibt?

Hier das Resultat eines der vielen Versuche:

w_1, w_2, w_3 bezeichnen die Widerstände der Rheostaten, ausgedrückt in Kilometern des schweizerschen Telegraphendrahts.

J ist die Intensität des abgehenden Stroms, i die des ankommenden.

t die oben erwähnte Zeit in Tausendsteln einer Sekunde.

$$1) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 260; \quad w_3 = \infty$$

$$J = 13^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 45; 45; 45; 44; 46; 44; 45; 43; 45; 45;$$

$$\text{Mittel } 44,7.$$

$$2) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 140; \quad w_3 = 100$$

$$J = 29^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 64; 63; 64; 63; 64; 65; 65; 65; 65; 66;$$

$$\text{Mittel } 64,4.$$

$$3) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 130; \quad w_3 = 90$$

$$J = 29^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 64; 66; 66; 65; 66; 66; 66; 66; 65; 64;$$

$$\text{Mittel } 65,4.$$

$$4) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 106; \quad w_3 = 70$$

$$J = 32^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 66; 67; 68; 68; 67; 67; 68; 69; 67; 67; 67; 68;$$

$$\text{Mittel } 67,3.$$

$$5) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 75; \quad w_3 = 50$$

$$J = 32^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 69; 70; 69; 69; 70; 70; 70; 69; 71; 70; 70;$$

Mittel 69,7.

$$6) \quad w_1 = 20; \quad w_2 = 39; \quad w_3 = 30$$

$$J = 39^\circ; \quad i = 13^\circ$$

$$t = 81^\circ; 79; 78; 77; 77; 80; 78; 79; 78; 79; 79;$$

Mittel 78,7.

III.

Bei einer zweiten Reihe von Versuchen veränderte ich die Lage der Abzweigung an der Telegraphenlinie; allein um immer dieselbe Intensität für den durch den Morse gehenden Strom zu haben, mußte ich zugleich den Widerstand der Abzweigung verändern. Ich hatte nicht nöthig diese Versuche so viel zu wiederholen, da ihre Resultate vorausszusehen waren.

Ich gebe hier indess einige Zahlen; ihre Bedeutung ergibt sich aus dem Vorhergehenden.

w_1	w_2	w_3	J	i	t
260	60	∞	13	13	44,2
50	60	70	32	13	59,2
30	90	70	34	13	60,2
0	120	30	32	13	98,0

Wenn man diese beiden Tafeln betrachtet, so findet man zuvörderst, daß die Verzögerungen desto beträchtlicher sind, je weniger Widerstand die Abzweigungen darbieten, und daß sie der zweiten Station mehr genähert sind, *obwohl die Stromstärke, gemessen mit dem Spiegelgalvanometer, immer dieselbe bleibt.*

IV.

Ich schreibe diese Verzögerungen den Extraströmen zu.

Die vom Chronoskop angegebene Zeit T kann in verschiedene Theile zerlegt werden:

- 1) der Hebel des Manipulators sinkt und stellt den Strom der Telegraphenlinie her; das sey t_1 ,
- 2) der Elektromagnet wird magnetisirt bis er die Kraft zur Ueberwindung der Spannung der Ankerfeder erlangt; das sey t_2 ,
- 3) der Anker sinkt um den Strom des Chronoskops zu schliessen; das sey t_3 .

Bezeichnen wir überdies mit τ die Zeit, welche unser Magnet gebraucht, um den Kern bis zu dem unter (2) erwähnten Grad zu magnetisiren, *ohne dass ein Extrastrom darin entsteht*.

Die vom Extrastrom bewirkte Verzögerung wird dann:

$$T = t_1 + t_2 + \tau.$$

Alle Glieder, welche T zusammensetzen, können als constant betrachtet werden bis auf das implicite in t_2 enthaltene. Dies rührt, wie wir vermuthen, vom Extrastrom her.

Wir können also schreiben:

$$T = T' + x,$$

worin bezeichnen: T' eine Constante und x ein mit der Intensität des Extrastroms veränderliches Glied.

Der Extrastrom muß in dem Fall, welchen wir oben anführten, folgende Widerstände durchlaufen:

Widerstand der Gewinde des Morse = 32 Kilometer

„ „ Linienbatterie = 10 „

	w	$T' + x$
1	322	44,7
2	112	64,4
3	107	65,4
4	96	67,3
5	85	69,7
6	71	78,7

Die Columnne w giebt die Werthe des Widerstandes und die andere Columnne die von dem Chronoskop angezeigte Zeit.

Die Veränderung der Intensität des Extrastroms hängt bei unseren Versuchen nur von dem Widerstand ab, den er zu überwinden hat.

Nehmen wir nun z. B. an, daß die Verzögerung x proportional sey der Intensität des Extrastroms, so können wir die Constante T' berechnen durch die Combination zweier Werthe der vorhergehenden Tafel.

Wir wählen zur Bestimmung von T' etwas entfernte Werthe, da die Werthe von w nicht streng richtig sind wegen der Batterie, für welche nur ein vorläufig bestimmter Werth angenommen wurde.

Man erhält, wenn man combinirt:

$$1 \text{ und } 2 \quad T' = 34,2$$

$$1 \text{ und } 3 \quad T' = 35,2$$

$$2 \text{ und } 6 \quad T' = 38,8$$

$$\text{Mittel } 35,6$$

Ich gebe der ersten Ziffer das doppelte Gewicht, weil sie aus sehr verschiedenen Werthen erhalten wurde.

Auf diese Weise erhalten wir die folgende Tafel:

w	T	x	$w x$
322	44,7	9,1	293
112	64,4	28,8	322
107	65,4	29,8	319
96	67,3	31,7	304
85	69,7	34,1	297
77	78,7	43,1	306

Hieraus erhellt, daß diese Verzögerungen x in der Praxis als proportional der Intensität des Extrastroms betrachtet werden können.

Die Verzögerungen, welche durch Abzweigungen an den verschiedenen Punkten der Telegraphenlinien verursacht werden, erklären sich nun leicht. Dasselbe gilt von den Resultaten, die Hr. Hipp mit verschiedenen Stromquellen erhalten hat.

Aus vorstehender Untersuchung ziehen wir nachstehende Schlüsse.

- 1) Die Abzweigungen an den Telegraphenlinien verringern nicht nur die Intensität des Stroms, der zur andern Station gelangt, sondern verzögern auch die Manipulationen des empfangenden Apparats.

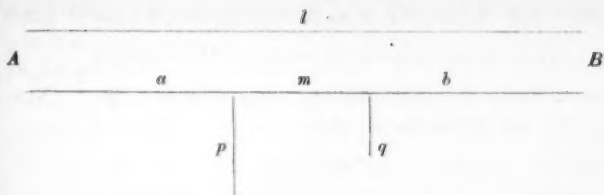
- 2) Diese Verzögerungen werden durch die Extrastrome bewirkt.
- 3) Bei schlechtem Wetter rühren die Verzögerungen in den Apparaten von der Verringerung des Widerstandes her, den der Extrastrom zu überwinden hat.
- 4) Die Abzweigungen sind für die Telegraphie desto schädlicher, je weniger Widerstand sie darbieten, und je näher sie dem empfangenden Apparate sind.
- 5) *Der Extrastrom verzögert nicht nur die Anziehung des Ankers, sondern auch den Moment, wo der Anker von der Feder gehoben wird.*

(Der endliche Strom hat dieselbe Richtung wie der anfängliche und findet immer durch die Abzweigungen eine geschlossene Bahn.)

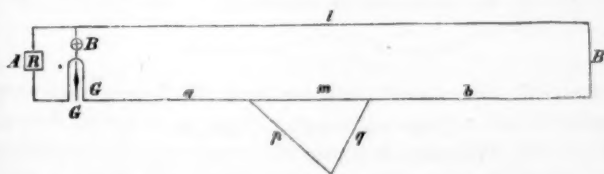
XIII. *Mathematische Bestimmung der Ableitungsstellen in Telegraphen-Leitungen;* *von Friedrich Schaak,*

Kaiserl. Deutscher Telegraphen - Directions - Secretair.

Bekanntlich ist es bis jetzt nicht gelungen eine Methode zu finden, nach welcher es möglich wäre, die Fehlerpunkte zu bestimmen, an denen Ableitungen des galvanischen Stroms zur Erde stattfanden, sobald in einer Telegraphen-Leitung mehr als eine solche Ableitungsstelle vorhanden war. Ist indessen noch eine fehlerfreie Leitung außer der gestörten vorhanden, so lassen sich durch zwei eigenthümliche Messungen die Fehlerpunkte von den beiden, die Fehlerstrecke begränzenden Stationen, genau bestimmen. Welche Wichtigkeit dies aber bei langen Leitungen und Telegraphen-Kabeln in Bezug auf Kostenersparnis bei Aufsuchung der Fehler und beschleunigter Wiederherstellung der Leitungen hat, ist klar.



Zwischen den Stationen *A* und *B* befinde sich die fehlerfreie Leitung *l* und die gestörte Leitung *amb*, an welcher letzteren die Ableitungen *p* und *q* sind, über die also der elektrische Strom zur Erde fließt. Betrachtet man den Widerstand, den die Erde beim Durchgange des Stroms von *p* nach *q* diesem entgegengesetzt, gleich Null, die beigesetzten Buchstaben als die Widerstandswerthe und ist $a + m + b = l$, so läßt sich zunächst die Differenz des Widerstandes bestimmen, welche zwischen *l* und der gestörten Leitung liegt. Die Art der Schaltung ergibt die folgende Figur, in welcher *R* den Widerstandsmesser (Rheostat), *B* die Batterie, *G* das Differentialgalvanoskop bezeichnet. Bei Station *B* sind beide Leitungen verbunden.



Da bei dieser Schaltung bei den Stationen *A* und *B* die Verbindung der Leitungen mit Erde aufgehoben ist, so zeigt der Rheostat nach Abzug der bekannten Widerstände, für das gestörte System einen bestimmten Werth, etwa δ . Nach dem Ohm'schen Gesetze also:

$$(1) \quad \dots \quad a + \frac{m(p+q)}{m+p+q} + b = \delta.$$

Den durch die Erde verbundenen Widerstand $p+q$ kann man wie einen metallnen Leiter betrachten, dessen End-

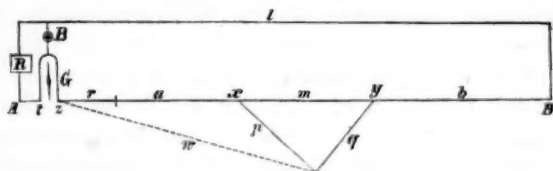
punkte mit denen von m metallisch verbunden sind. Nach dem Ohm'schen Gesetze ist nun der Widerstand $\frac{m(p+q)}{m+p+q}$ kleiner als m und hiernach ist auch δ kleiner als l . Nennen wir die Differenz r , also:

$$(2) \quad \dots \dots \dots l - \delta = r,$$

so daß:

$$(3) \quad \dots \dots r + a + \frac{m(p+q)}{m+p+q} + b = l$$

ist. Schaltet man, wie folgende Figur zeigt, den Widerstand r zwischen den einen Schenkel z des Differentialgalvanoskops und a ein, so würde der Rheostat nur außer den bekannten Widerständen, l ergeben.



Durch das Zwischenschalten des Widerstandes r zwischen G und a , hat man den Widerstand

$$r + a + \frac{m(p+q)}{m+p+q} = a + m$$

gemacht. Unterbricht man nunmehr die Verbindung zwischen G und r (resp. a), schaltet dagegen von dem Schenkel z den Widerstand w zur Erde und regulirt denselben so, daß der Rheostat wie bei Gleichung (3) den Widerstand l zeigt, so hat das System die Werthe

$$w + \frac{q(m+p)}{q+m+p} + b$$

und es ergibt sich also

$$(4) \quad \dots \dots w + \frac{q(m+p)}{q+m+p} + b = l.$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) aber ergibt sich:

$$(5) \quad \dots \dots w + \frac{q(m+p)}{q+m+p} = r + a + \frac{m(p+q)}{m+p+q}.$$

Verbindet man nunmehr auch r wieder mit z , so treten in die beiden gleichen Zweige gleiche Stromstärken und der reducirte Widerstand beider Zweige ist nach dem Ohm'schen Gesetz kleiner als der jedes Zweiges. Da durch das Hinzusthalten von r das System

$$r = a + \frac{m(p+q)}{m+p+q} = a + m$$

geworden ist, so kann man für jeden Zweig den Werth $a + m$ setzen. Der reducirte Werth ergebe etwa am Rheostaten β , dann ist

$$(6) \quad \dots \dots \frac{(a+m)(a+m)}{2(a+m)} + b = \beta$$

oder:

$$\frac{a+m}{2} + b = \beta.$$

$$\text{Es ist aber } \dots \dots \frac{a+m+b}{2} = l$$

$$\text{folglich } \dots \dots \frac{a+m}{2} = l - \beta$$

$$\text{daher } \dots \dots a+m = 2(l - \beta)$$

$$\text{und daraus ergibt sich } b = l - 2(l - \beta)$$

(7) Dieselben Messungen von Station B aus ergeben, wenn $\frac{b+m}{2}$ sich $= \gamma$ ergibt

$$a = l - 2(l - \gamma).$$

Man kann also von den beiden Stationen A und B aus die beiden Ableitungspunkte x und y genau bestimmen. Liegen zwischen diesen Punkten noch mehrere Ableitungen, so ändert dies an dem Resultate nichts, indem nur m kleiner, r größer wird. Nur muß in diesem Falle nach Beseitigung der Fehler bei x und y zur Bestimmung der weiteren Fehlerpunkte die Manipulation wiederholt werden. Ob übrigens noch mehr Ableitungsstellen vorhanden sind, läßt sich nun leicht bestimmen, nachdem a und b bekannt sind. Nach Gleichung (1) ist

$$a - (a+b) = \frac{m(p+q)}{m+p+q}.$$

$$\text{Da nun } \dots \dots l - (a+b) = m$$

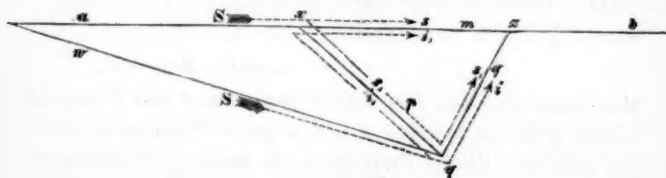
$$\text{und } \dots \dots m = r + \frac{m(p+q)}{m+p+q},$$

so ergibt sich hieraus sofort, ob letztere Gleichung stimmt. Ist m größer als die rechts liegende Summe, so liegen zwischen p und q noch weitere Ableitungen, die unter Umständen nun von den gefundenen Fehlerpunkten aus, oder nach Beseitigung dieser, von den Stationen aus bestimmt werden können.

Wenden wir das Kirchhoff'sche Gesetz auf diesen Fall an, so erhalten wir die Bestätigung sämtlicher Voraussetzungen. Dasselbe lautet:

„Wenn ein System von Drähten, die auf eine ganz beliebige Weise mit einander verbunden sind, von galvanischen Strömen durchflossen wird, so ist:

- 1) die Summe der Stromstärken in allen denjenigen Drähten, welche in einem Punkte zusammenstoßen gleich Null, und
- 2) in allen denjenigen Drähten, welche eine geschlossene Figur bilden, die Summe aller Producte aus den Stromstärken in jeder Strecke und dem Widerstande in derselben gleich der Summe der erregenden Kräfte auf diesem Wege.“



Wird der galvanische Strom in der Richtung der Pfeile fließend angenommen und die in a und w vorhandenen Ströme, wie oben angenommen gleich, so fließen von den Punkten x und y dieselben Mengen ab als in a und w vorhanden. Es ist daher

$$\text{für den Weg } a \text{ der Strom } S - (s + s_1) = 0$$

$$\text{„ „ „ } w \text{ „ „ } S - (i + i_1) = 0$$

$$\text{„ „ „ } p \text{ „ „ } i_1 - i_1 = 0 \text{ u. } s_1 - s_1 = 0.$$

Da in den geschlossenen Figuren awp und mpq keine erregenden Kräfte vorhanden sind, so sind in beiden auch

die Producte aus den Stromstärken und den Widerständen gleich Null, daher

in der Figur $awp: aS + p(s_1 - i_1) = wS$

" " " $mpq: m(s + i_1) - p(s_1 - i_1) = q(s_1 + i)$

Daraus ergibt sich

durch Addition: $aS + m(s + i_1) = wS + q(s_1 + i)$.

Mithin Gleichheit der beiden Zweige resp. Stromwege.

Cöln den 5. December 1874.

XIV. *Versuche über die Plasticität des Eises;* *von Prof. Dr. Fr. Pfaff.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Bericht. d. phys. med. Societät
zu Erlangen.)

Das Phänomen der Gletscherbewegung war es, welches die meisten der Naturforscher, die sich mit demselben beschäftigten, veranlafte, Versuche über das Verhalten des Schnees und Eises gegenüber Druck anzustellen. Die Gebrüder v. Schlagintweit und Tyndall waren die ersten, welche mit Rücksicht auf das Verhalten der Gletscher derartige Experimente machten. Später hat v. Helmholtz eine Reihe sehr schöner Versuche beschrieben, aus denen hervorging, daß durch starken Druck Schnee in Eis verwandelt, Eis in Stückchen zerklopft wieder in einen homogenen Eiscylinder verwandelt, ein solcher durch Oeffnungen von kleinerem Durchmesser gepreßt werden könne und dgl. mehr. Es war damit constatirt, daß sich das Eis unter starkem Drucke in beliebige Formen bringen lasse, sich also plastisch verhalte auch im Kleinen, wie die gewaltigen Eisströme der Gletscher im Großen, die sich auch den Engungen und Erweiterungen der Thäler, durch die sie strömen, anpassen. Die 1850 von Faraday entdeckte

Erscheinung, welche später als Regelation so vielfach discutirt wurde, gab den Schlüssel zur Erklärung dieses Verhaltens. So viel mir bekannt ist, hat keiner der genannten oder ein anderer Naturforscher den Druck zu bestimmen gesucht, unter welchem das Eis seine Form verändert; alle haben auch mit grossem Drucke gearbeitet, der auch in der That nöthig ist, um rasch sichtbare Resultate zu erhalten. Nur Moseley ¹⁾ hat mehrere Versuchsreihen angestellt, um zu ermitteln, bei welchem Drucke oder Zuge das Eis reißt, zerdrückt wird und seine Plasticität bemerkbar wird, d. h. bei welchem Drucke eine Verschiebung der Eistheilchen eintritt. Er fand, daß um einen Eiscylinder zu *zerreißen* für 1 Quadr.-Zoll des Querschnittes je nach der Temperatur ein Gewicht von 70 bis 116 Pfd. oder $5\frac{1}{2}$ bis 9 Atmosphärendruck nöthig war, um ihn durch Druck zu *zerbrechen*, auf den Quadrat-Zoll 101,8 Pfd. erforderlich waren und eine Verschiebung zu erzeugen 97,89 bis 118 Pfd. oder 7,5 bis 9 Atmosphärendruck auf den Quadr.-Zoll wirken mußten. Ich habe diesen Winter (1875) eine Reihe von Versuchen angestellt, um etwas nähere numerische Werthe über die erforderlichen Druckgrade zu erhalten, welche noch nachweisbar die Form des Eises zu ändern im Stande sind, da es gerade für die Gletscherbewegung von Interesse ist, welches das *Minimum* des Druckes sey, bei welchem sich noch das Eis plastisch, d. h. nachgiebig verhält.

Die Resultate, welche ich dabei erhalten habe, sind Jedem, der die spröde Natur des Eises ins Auge faßt, gewiß ebenso überraschend, wie die Beweglichkeit einer solchen Eismasse, wie sie ein Gletscher darstellt, anfangs Jeden überraschend und wunderbar erschien. Es geht nämlich daraus hervor, daß auch der *geringste* Druck schon hinreicht, um Eistheilchen zu verschieben, wenn er *anhaltend wirkt und die Temperatur des Eises und der Umgebung nahe dem Schmelzpunkte ist*. Schon Moseley hat den Einfluß der Temperatur auf die mechanischen

1) *On the mechanical properties of Ice. Philos. Mag. 1870.*

Eigenschaften des Eises erkannt, aber offenbar nicht in seinem ganzen Umfange.

Es ergibt sich aus meinen Versuchen, daß das Eis sich nahe seinem Schmelzpunkte in *der That wie Wachs* verhält und bei einem Drucke von nur 2 Atmosphären sich so nachgiebig zeigt, daß z. B. ein hohler Cylinder von Eisen, von 11,5^{mm} Durchmesser und 1,7 Wandstärke in 2 Stunden bei einer Temperatur zwischen -1 und $0,5$ Grad 3^{mm} tief in das Eis eindrang. Welchen Einfluß die Temperatur hat, dafür will ich nur einige Data aus meinen Versuchen anführen.

Derselbe Eisencylinder sank unter demselben Drucke bei einer Temperatur zwischen -4° und -1° in 12 Stunden um 14^{mm} tief ein, während bei einer zwischen -6 und -12° schwankenden Temperatur in 5 Tagen bei einem Drucke von 5 Atmosphären das Einsinken nur 1^{mm} betrug, also in 12 Stunden nur $\frac{1}{10}$ ^{mm}!

Steigt die Temperatur der Umgebung über den Schmelzpunkt, so wird die Weichheit des Eises so groß, daß in einer Stunde schon derselbe Eisencylinder 3^{cm} tief unter dem gleich geringen Drucke sich senkte, obwohl er vollständig von Schnee eingehüllt war, um die Erhöhung der Temperatur des Eisencylinders über Null zu vermeiden. Daß in der That die Schmelzung des Eises, die allerdings wegen der bekannten Erniedrigung des Gefrierpunktes durch Druck unter Null nicht ganz vermieden werden kann, von kaum merklichem Einfluß bei diesem Versuche war, ging daraus hervor, daß der innere Eisencylinder vollkommen genau den Eisencylinder ausfüllte, so daß er nicht herausfiel, sondern herausgeprefst werden mußte, und kaum eine Spur flüssigen Wassers in der Vertiefung sich zeigte, welche der herausgehobene Eisencylinder zurückliefs.

Als Druckvorrichtung bei allen diesen Versuchen diente ein einarmiger Hebel, aus einer 86^{cm} langen Stahlstange von rechteckigen Querschnitte bestehend, die an ihrem hinteren Ende durchbohrt und an einem Stahlzapfen, um

den sie sich leicht drehen konnte, befestigt war. Durch diese einfache Vorrichtung konnte man jeden beliebigen Druck constant, so lange man wollte, erhalten.

In einer andern Versuchsreihe bei einer Temperatur der Luft von $2,5^{\circ}$ C. wurden verschiedene hohle eiserne Cylinder und ein solides Stück Stahl, dessen flache Basis genau 1 Quadr.-Centim. hatte, auf Eis gestellt und dieses dann ungefähr 1 Fuß hoch mit Schnee bedeckt. Bei einem Drucke auf ein Stahlstück von $6,4^{\text{cm}}$ Flächeninhalt gleich $\frac{1}{3}$ Atmosphäre sank dasselbe in 3 Stunden um 14^{mm} in das Eis ein, während die Abschmelzung der Oberfläche desselben während dieser Zeit kaum meßbar war, ungefähr $\frac{1}{4}^{\text{mm}}$ betrug. Das viereckige solide Stahlprisma, einen Druck von $\frac{1}{3}$ Atmosphäre ausübend, senkte sich um 4^{mm} in 5 Stunden. Aus allen diesen Versuchen zeigt sich sehr deutlich, wie bedeutend die Nachgiebigkeit des Eises selbst gegen die geringsten Druckgrade bei einer seinem Schmelzpunkte nahen Temperatur wird. Wir dürfen daraus den Schluß ziehen, daß bei dieser Temperatur die Plasticität des Eises erst, wenn der Druck ebenfalls Null wird, auf Null herabsinkt, aber mit sinkender Temperatur sehr rasch sinkt. In welchem Verhältnisse aber dies erfolge, das zu ermitteln dürfte eine größere Anzahl genauer Versuche verlangen, als ich angestellt habe.

Man nimmt, auf einige Versuche von Tyndall gestützt, noch immer an, daß das Eis nicht im Geringsten *dehnbar* und biegsam sey, obwohl in der neueren Zeit mehrfache Beobachtungen gemacht wurden, welche zwingen, dem Eise etwas Biegsamkeit zuzuschreiben. Die älteste mir bekannte derartige Beobachtung rührt von Kane her, welcher bemerkte, daß eine große mit ihren Rändern auf zwei anderen aufliegende Eisscholle sich im Verlaufe einiger Monate bog.

Ich machte mehrere Versuche in ähnlicher Weise, wie es hier die Natur vor Kane ausgeführt hatte. Ein parallelepipedisches Stück Eis von 52^{cm} Länge, $2,5^{\text{cm}}$ Breite und $1,3^{\text{cm}}$ Dicke wurde an seinen beiden Enden auf Holz-

stöcke gelegt, so daß jederseits 5^{mm} auflagen. Vom 8. Februar bis zum 15. Februar, wo die Temperatur zwischen -12 und $-3,5^{\circ}$ C. schwankte, senkte sich die Mitte äußerst wenig, doch entschieden vom einem Tage zum andern merklich, durchschnittlich 2 bis 3^{mm} in 24 Stunden so daß sie am 15. Febr. 11,5^{mm} im Ganzen betrug. Von da an stieg die Temperatur, blieb aber noch bis zum Mittag des 16. unter Null; dennoch bewirkte diese Steigerung auch hier eine rasche Steigerung der Biegung, indem dieselbe in 24 Stunden (von 8 Uhr M. am 15. bis zu derselben Zeit am 16.) den Betrag von 9^{mm} (also 20,5 im Ganzen) erreichte. Ein Einreißen des Eises war nirgends zu bemerken, auch die untere Fläche zeigte bei der sorgfältigsten Betrachtung keine Spur von einem Spältchen. Bis 2 Uhr nahm die Senkung nochmals um 3^{mm} zu, die nächste Besichtigung um 5 Uhr, während welcher Zeit die Temperatur auf $+3^{\circ}$ gestiegen war, zeigte den Stab in zwei Stücke zerbrochen.

Es betrug also bis zur letzten Beobachtung die Biegung in senkrechter Richtung d. h. die Höhe des auf der Mitte der Sehne des Bogens, welchen das Eis zuletzt bildete, errichteten Perpendikels 23,5^{mm}, was gewiß bei der Länge der Sehne von 51^{cm} sehr beträchtlich zu nennen ist, und jedenfalls den Beweis liefert, daß das Eis nicht so absolut unnachgiebig gegen Dehnung und Zug sich verhält, wenn derselbe nur langsam genug einwirkt. Ich habe dann auch noch versucht, die Ausdehnung des Eises durch *Zug* zu bestimmen. An ein Eisprisma von denselben Dimensionen wie das zur Biegung verwendete, wurde unten ein Gewicht von 3 Kilogrammen gehängt und 7 Tage so sich selbst überlassen und zwar in denselben Tagen vom 11. bis 17. Februar. Es war in der Weise aufgehängt, daß 3^{cm} von den Enden entfernt mit einem heißen Drahte ein Loch durch dasselbe gebohrt und durch dieses eine Schnur gezogen wurde. Am 16., wo die Temperatur stieg, bewirkte die dadurch bewirkte Weichheit des Eises, daß die Schnur nach und nach durchschnitt.

Doch konnte bis dahin eine Verlängerung des Eiscylinders zwischen den zwei ganz nahe an den Enden angebrachten Marken, bestehend aus zwei spitzen in den Stab eingefrorenen Holzstückchen, die nur mit den Spitzen hervorragten, um 1^{mm} nachgewiesen werden. Durch das Durchschneiden der Schnur wurden auch diese Marken in ihrer Lage verändert, so daß die weitere Dehnung bis zum Zereissen nicht sicher bestimmt werden konnte.

Auch hier zeigt sich also, daß längere Zeit fortgesetzter Zug, selbst wenn er gering ist, das Eis dehnt, daß es sich also nahe seinem Schmelzpunkte wie andere Körper sowohl gegen Druck als gegen Zug nachgiebig zeigt, namentlich aber dem ersteren gegenüber bei einer Temperatur nahe Null als ein eminent plastischer Stoff anzusehen ist.

Die Bewegungserscheinungen der Gletscher werden demnach auch weniger auffallend mehr erscheinen, und ebenso wirkt dieses Verhalten des Eises gegen Druck bei verschiedenen Temperaturen ein neues Licht auf die Thatsache, daß die Schnelligkeit der Bewegung mit der Temperatur steigt. Da das Gletschereis und die Luft darüber wenigstens in den Sommermonaten eine Temperatur besitzt, die sehr wenig vom Gefrierpunkte abweicht, so genügt demnach auch ein sehr geringer Druck, um dieselbe in Bewegung zu setzen, und die sogenannte Gleitungstheorie erhält, wie ich glaube, durch die vorhergehend geschilderten Versuche eine neue Stütze.

XV. Ueber das Verhalten gewisser fluorescirender Körper zum Ricinusöl; von Charles Horner.

(*Phil. Mag.* 1874, Vol. XXXXVIII, p. 165.)

Einige aus Hölzern herstammende Farbstoffe, die bei Lösung in Wasser, alkalischen Flüssigkeiten, Alaun oder

Alkohol sich als nicht fluorescirend erweisen, zeigen diese Eigenschaft bei Behandlung mit Ricinusöl, während andere Substanzen, welche in Alkohol usw. fluoresciren, dies in verstärktem Grade thun.

Um klare Lösungen zu erhalten, wurden die Substanzen erst mit Alkohol gekocht, filtrirt, zur Trockne eingedampft und nun mit dem Oel erhitzt. Als einige der Lösungen in ein Probeglas gebracht und wiederum erhitzt wurden, verschwand die Fluorescenz sowie die Temperatur den Siedpunkt erreichte, erschien aber beim Erkalten wieder. Diese Operation kann wiederholt werden, ohne daß die Substanzen eine Zersetzung erleiden. Cudbear, Fernambukholz, Campecheholz und Curcumae wurden zur Erläuterung der erwähnten Eigenschaften ausgewählt.

Cudbear liefert ein lebhaftes orangefarbenes Fluorescenzlicht, welches im zerstreuten Tageslicht, ohne Hülfe einer condensirenden Linse, welche nöthig ist, um es in alkoholischer Lösung zu zeigen.

Fernambuk (*Camwood*) zeigt eine kräftige apfelgrüne Fluorescenz, obgleich es in wässriger oder alkoholischer Lösung diese Eigenschaft gänzlich entbehrt; das Spectrum des Fluorescenzlichtes ist continuirlich von *E* abwärts, unterbrochen von zwei schmalen schwachen Schatten, die bei $3\frac{1}{2}$ und 5 der Sorby'schen Scale liegen.

Was das Campecheholz betrifft, so sind, wenn die Ricinusöl-Lösung nicht concentrirt ist, Sonnenlicht und eine Linse nöthig, um seine Fluorescenz zum Vorschein zu bringen. Die Farbe ähnelt sehr der des *Camwood*, unterscheidet sich aber durch sein Spectrum, welches von *b* ab continuirlich ist, jedoch unterbrochen durch zwei Schatten bei $4\frac{1}{4}$ und $5\frac{1}{4}$.

Curcumae fluorescirt bekanntlich stark in Alkohol mit gelbgrüner und in Benzol mit blaugrüner Farbe. In Ricinusöl ist indess sein Fluorescenzlicht wenigstens drei Mal heller als in anderen Flüssigkeiten, ein lebhaftes Smaragdgrün, sichtbar im trübsten Tageslicht; wenn man

aber die Lösung in einer flachen Flasche vor schwarzem Sammet hinter ein etwas dunkles Kobaltglas bringt, und die Sonne scheint, ist das Phänomen äußerst brillant und vergleichbar dem des schönsten Uranglases. Das Spectrum des Fluorescenzlichtes ist charakterisirt durch eine Verschiebung der rothen, grünen und blauen Strahlen noch mit einer schwach wahrnehmbaren Schattirung am gelben Ende des Grün.

Diese Thatsachen zeigen demnach, daß man beim Studiren der Fluorescenz-Erscheinungen womöglich die Lösekraft des Ricinusöl benutzen muß.

XVI. Ueber eine neue Quelle des Magnetismus; von Hrn. Donato Tommasi.

(*Compt. rend. T. LXXX, p. 1007.*)

Läßt man unter einem Druck von 5 bis 6 Atmosphären einen Dampfstrom durch eine 2 bis 3 Millimeter weite, spiralförmig um einen Eisencylinder gewundene Kupfer-
röhre gehen, so wird dieser magnetisch, so gut wie eine Eisennadel, die einige Centimeter entfernt von dem Dampf-
magnet (*aimant-vapeur*) befindlich ist, lebhaft angezogen wird und so lange magnetisch bleibt als der Dampfstrom durch die Kupferröhre streicht. (Zum Gelingen dieses Versuchs müssen aber wohl die Bedingungen erfüllt seyn, welche Faraday als nothwendig zur gehörigen Elektrisirung des Dampfstroms bezeichnet hat. P.)